2010 - 2011

4ο Γενικό Λύκειο Χανίων

Γ τάξη

Μαθηματικά

Γενικής Παιδείας

γ

Ασκήσεις για λύση

Επιμέλεια: Μ. Ι. Παπαγρηγοράκης
http://users.sch.gr/mipapagr

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ – ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ- ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

191 Ρίχνουμε πρώτα ένα νόμισμα μετά ένα ζάρι και καταγράφουμε τα αποτελέσματα. Περιγράψτε ένα δειγματικό χώρο του πειράματος.

192 Δύο χάρτινες σακούλες περιέχουν φρούτα. Η πρώτη περιέχει 1 μήλο (Μ), 1 πορτοκάλι (Π) και 1 αχλάδι (Α). Η δεύτερη περιέχει 1 μήλο και 1 αχλάδι. Επιλέγουμε στην τύχη μία σακούλα και στη συνέχεια ένα φρούτο από αυτή. Να γραφούν:

α) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

β) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι μήλο.

γ) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι πορτοκάλι .

193 Σ' ένα κουτί υπάρχουν 4 ομοιόμορφα μολύβια 1 κόκκινο (Κ), 1 πράσινο (Π), 1 μαύρο (Μ), 1 λευκό (Λ). Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος στις ακόλουθες περιπτώσεις: (μας ενδιαφέρει το χρώμα)

α) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι.

β) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι, το τοποθετούμε ξανά στο κουτί και μετά επιλέγουμε άλλο ένα

γ) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (χωρίς επανατοποθέτηση).

194 Μια δισκογραφική εταιρεία ελέγχει τα compact disks (CD) που παράγει. Ο έλεγχος σταματά όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά CD ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 CD. Να βρείτε:

α) Το δειγματικό χώρο Ω.

β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς 2 ελαττωματικά CD,

ii) τουλάχιστον 2 ελαττωματικά CD,

iii) το πολύ 2 ελαττωματικά CD.

195 Δύο ομάδες $Ο_1, Ο_2$ παίζουν μεταξύ τους σε μια σχολική ποδοσφαιρική συνάντηση (**οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία**). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να βρείτε:

α) Το δειγματικό χώρο Ω των αποτελεσμάτων των αγώνων της συνάντησης.

β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς μία νίκη της ομάδας $Ο_1$,

ii) καμία νίκη της ομάδας $Ο_1$,

iii) τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας $Ο_1$.

γ) Πόσους αγώνες το πολύ θα είχε μία τέτοια ποδοσφαιρική συνάντηση;

δ) Τι παρατηρείτε για τα ενδεχόμενα β(ii) και β(iii);

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

196 * Ρίχνουμε μια φορά έναν κύβο ο οποίος έχει καθέναν από τους αριθμούς 1, 2, 3 γραμμένους αντίστοιχα ανά δύο έδρες του και καταγράφουμε το αποτέλεσμα. Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος αυτού είναι

Α. Ω = {3}. **Β.** Ω = {1, 2, 3}. **Γ.** Ω = {1,1, 2,2, 3,3}.
Δ. Ω = {1,1, 1,2, 1,3, 2,1, 2,2, 2,3, 3,3}. **Ε.** {1,2, 2,1, 1,3, 3,1}.

197 * Ελέγχουμε διαδοχικά βιβλία μέχρι να βρούμε ένα κακοτυπωμένο (Κ) ή δύο σωστά τυπωμένα (Σ). Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος είναι

Α. Ω = {Κ, Σ}. **Β.** Ω = {ΚΚ, ΚΣ}. **Γ.** Ω = {ΚΚ, ΣΣ}. **Δ.** Ω = {Κ, ΣΚ, ΣΣ}. **Ε.** {Κ,ΣΣ}.

198 * Έστω Α = {1, 3, 5} και Β = {2, 4, 6} δύο ενδεχόμενα της ρίψης ενός ζαριού μια φορά. Αν το αποτέλεσμα της ρίψης είναι ο αριθμός 3 τότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο

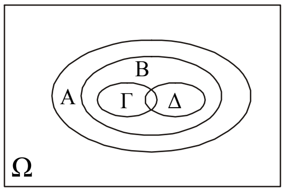
Α. $A \cup B$. **Β.** A'. **Γ.** B. **Δ.** $A \cap B$. **Ε.** $B' \cap A'$.

199 * Τα Α και Β είναι ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης και α ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού. Η φράση **«το Α πραγματοποιείται»** διατυπωμένη σε γλώσσα συνόλων είναι ισοδύναμη με την

Α. $\alpha \in A'$. **Β.** $\alpha \in A' - B$. **Γ.** $\alpha \in A' \cup B$. **Δ.** $\alpha \in A$. **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

200 Οι παρακάτω σχέσεις αναφέρονται στο διπλανό διάγραμμα του Venn. Χαρακτηρήστε κάθε μια από αυτές ως (Σ) ή (Λ)



$A \subseteq B$ $\quad B \subseteq A$ $\quad \Gamma \subseteq B$ $\quad \Delta \subseteq \Gamma$

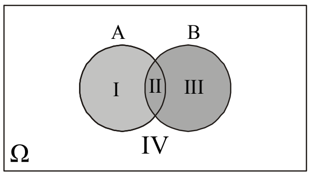
$\Gamma \cup \Delta \subseteq A$ $\quad \Gamma \cup \Delta \subseteq B$ $\quad \Gamma \cap \Delta \subseteq A$ $\quad B \cup \Gamma = B$

$B \cup \Gamma \cup \Delta = A$ $\quad A \cup B = B$ $\quad A \cap B = B$ $\quad (\Gamma \cap \Delta) \cup A = A$

$(\Gamma \cap \Delta) \cap A = B$ $\quad B \cap \Delta = \Delta$ $\quad (\Gamma \cap B) \cap A = \Gamma$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

201 Με βάση το διπλανό σχήμα συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί (Α, Β ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω).



Γραφή σε γλώσσα συνόλου	Μέρος του σχήματος
$A \cap B$	ΙΙ
B'	
$A \cup B$	
A'	
$A - B$	
$B - A$	
$A \cap B'$	
$A' \cap B$	

202 Συμπληρώστε τον πίνακα βάζοντας στη στήλη Β τον χαρακτηρισμό Σ (σωστό) ή Λ (λάθος). Όπου βάλατε Λ (λάθος) συμπληρώστε στη στήλη Γ τη σωστή σχέση διορθώντας το δεξιό μέλος της αντίστοιχης ισότητας.

Α	Β	Γ
$A \cup A = A$		
$A \cup \varnothing = A$		
$A \cap A = \varnothing$	Λ	$A \cap A = A$
$A \cap \varnothing = A$		
$A' \cap A = \Omega$		
$A' \cup A = \varnothing$		
$\Omega' = \Omega$		
$(A')' = \Omega$		
$A \cap B = B \cap A$		
$A \cap B = B \cup A$		
$\varnothing' = \Omega$		
Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cup B = B$		
$A' \cup A = \Omega$		
$A' \cap A = \varnothing$		
$(A')' = A$		
Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cap B = A$		

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

203 Στη στήλη Α του πίνακα γράφονται ισχυρισμοί για τα ενδεχόμενα Α και Β ενός πειράματος. Στη στήλη Β γράφονται ισοδύναμοι ισχυρισμοί διατυπωμένοι στη γλώσσα των συνόλων (w ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού). Αντιστοιχίστε κατάλληλα κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1 Το Α δεν πραγματοποιείται. 2 Ένα τουλάχιστον από τα Α και Β πραγματοποιείται. 3 Πραγματοποιούνται συγχρόνως και το Α και το Β. 4 Το Α πραγματοποιείται. 5 Κανένα από τα Α και Β δεν πραγματοποιείται. 6 Πραγματοποιείται μόνο το Α ή μόνο το Β. 7 Το Β πραγματοποιείται 8 Πραγματοποιείται μόνο το Α. 9 Πραγματοποιείται μόνο το Β.	Α) $w \in A$ Β) $w \in (A \cup B')$ Γ) $w \in (A' - A)$ Δ) $w \in (A \cap B)$ Ε) $w \in (A \cup B)$ Ζ) $w \in A'$ Η) $w \in (A \cup B)'$ Θ) $w \in (A \cap B') \cup (A' \cap B)$ Ι) $w \in B$ Κ) $w \in (A \cap B')$ Λ) $w \in (B \cap A')$ Μ) $w \in (B \cap A)'$ Ν) $w \in (A \cap B)'$ Ξ) $w \in (A' \cup B)$

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΙΣΟΠΙΘΑΝΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

205 Έστω τα σύνολα: $\Omega=\{1,2,3,4,5\}$, $A=\{\omega\in\Omega/\omega<4\}$, $B=\{\omega\in\Omega/\omega \ \ \text{περιττός}\}$. Αν εκλέξουμε τυχαία ένα στοιχείο του Ω, να βρείτε τις πιθανότητες να ανήκει:

Α) στο Α Β) στο Α ή στο Β Γ) στο Α και στο Β

Δ) στο Α και όχι στο Β Ε) σε ένα το πολύ από τα Α και Β ΑΠ: $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}$

206 Ρίχνουμε δύο ζάρια μαζί. ι. Να βρείτε την πιθανότητα να φέρουμε 6 στο ένα και 5 στο άλλο

207 Ρίχνουμε ένα ζάρι διαδοχικά δύο φορές. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

Α) Το αποτέλεσμα της πρώτης ρίψης είναι μικρότερο από το αποτέλεσμα της δεύτερης ρίψης

Β) Οι ενδείξεις και στις δύο ρίψεις είναι ίδιες

Γ) Το άθροισμα των ενδείξεων στις δύο ρίψεις είναι μεγαλύτερο του 9 ΑΠ: $\frac{5}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$

208 Έστω το σύνολο $\Omega=\{0,2,3,4\}$. Εκλέγουμε τυχαία ένα $\lambda\in\Omega$, να βρείτε την πιθανότητα του $P(A)$ όπου: Α το ενδεχόμενο ο αριθμός λ να είναι ρίζα της εξίσωσης $\lambda^2-3\lambda=0$ ΑΠ: ½

209 Έστω το σύνολο $\Omega=\{-1,0,1,2\}$. Εκλέγουμε τυχαία ένα $\lambda\in\Omega$, να βρείτε την πιθανότητα του $P(A)$ όπου: Α το ενδεχόμενο η εξίσωση $x^2-2x+\lambda=0$ έχει δύο ρίζες άνισες ΑΠ: ½

210 Δύο ισοδύναμοι παίκτες θα παίξουν τάβλι και συμφωνούν νικητής να είναι εκείνος που πρώτος θα κερδίσει δύο παιχνίδια. Έστω α το αποτέλεσμα να κερδίσει ο πρώτος παίκτης ένα παιχνίδι και β το αποτέλεσμα να κερδίσει ο δεύτερος παίκτης ένα παιχνίδι. Να βρείτε την πιθανότητα:

Α) Στα δύο πρώτα παιχνίδια να κερδίσει ο α

Β) ο νικητής να βγει μετά από δύο παιχνίδια. ΑΠ: ¼ , ½

211 Σε ένα Λύκειο οι μαθητές της Α τάξης είναι 54. Αν εκλέξουμε τυχαία ένα μαθητή του Λυκείου η πιθανότητα να είναι μαθητής της Α τάξης είναι $0,36$ και η πιθανότητα να είναι της Β τάξης είναι $0,34$. Να βρείτε:

Α) το πλήθος όλων των μαθητών του Λυκείου

Β) το πλήθος των μαθητών της Β τάξης

Γ) την πιθανότητα να είναι ένας μαθητής που εκλέξαμε τυχαία μαθητής της Γ τάξης. ΑΠ: 150 , 51 , 30%

212 Η Α΄τάξη Λυκείου έχει 50 αγόρια και κορίτσια. Το 20% των αγοριών και τα $\frac{2}{5}$ των κοριτσιών επέλεξαν το βόλεϋ. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Αν η πιθανότητα να είναι αγόρι και να μην επέλεξε το βόλεϋ είναι $0,4$ να βρείτε:

Α) Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα είναι τα κορίτσια

Β) Την πιθανότητα να είναι κορίτσι και να μην επέλεξε βόλεϋ ΑΠ. Α) 25 και 25 Β) 0,3

213 Ένα κουτί περιέχει 2 άσπρες και 3 κόκκινες σφαίρες. Βγάζουμε διαδοχικά δύο σφαίρες.. Να βρεθεί η πιθανότητα:

Α) να είναι δύο κόκκινες

Β) να είναι η πρώτη άσπρη και η δεύτερη κόκκινη

Γ) να είναι και οι δύο άσπρες

214 'Ένα κουτί περιέχει 12 άσπρες, μερικές κόκκινες και μερικές μαύρες μπάλες. Παίρνουμε τυχαία μία μπάλα. Η πιθανότητα να πάρουμε κόκκινη μπάλα είναι $\frac{1}{2}$ και η πιθανότητα να πάρουμε μαύρη μπάλα είναι $\frac{1}{3}$. Να βρείτε πόσες κόκκινες και πόσες μαύρες μπάλές υπάρχουν στο κουτί.

215 Στο διπλανό πίνακα έχουμε τη βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα μάθημα. Αν εκλέξουμε τυχαία ένα φοιτητή να βρείτε την πιθανότητα να έχει βαθμό:

Α) 8

Β) Το πολύ 6

Γ) Τουλάχιστον 5

Δ) 5 ή 7

Βαθμός	Φοιτητές
4	2
5	6
6	8
7	4

ΑΠ: 0, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{2}$

216 Στο διπλανό πίνακα έχουμε τις απουσίες των μαθητών ενός τμήματος. Αν εκλέξουμε τυχαία ένα μαθητή του τμήματος να βρείτε την πιθανότητα να έχει:

Α) λιγότερο από 20 απουσίες

Β) Τουλάχιστον 10 απουσίες

Γ) Κάτω από 15 απουσίες

Δ) Τουλάχιστον 23 απουσίες.

Απουσίες	Μαθητές
$[0,10)$	5
$[10,20)$	10
$[20,30)$	20
$[30,40)$	15

ΑΠ: $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{29}{50}$

ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

217 Έστω Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Να αποδειχθεί ότι:

i) $P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)$, $P(A'\cap B)=P(B)-P(A\cap B)$.

ii) η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα μόνο από τα ενδεχόμενα Α, Β είναι ίση με $P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$.

218 Αν A,B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και ισχύουν $A\subseteq B$, $P(A)\cdot P(B)=\frac{5}{12}$ και $P(B)\cdot P(A')=\frac{1}{3}$ να βρεθούν οι πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ και $P(A\cup B)$.

219 Αν A,B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και ισχύουν $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$, $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{2}{3}$, τότε βρείτε τις πιθανότητες $P(A\cap B')$ και $P(A'\cap B)$.

220 Θεωρούμε τα ενδεχόμενα A,B ενός πειράματος τύχης, με πιθανότητες τέτοιες ώστε: $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$, $P(A')=\frac{2}{3}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$. Να βρείτε τις πιθανότητες: $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B')$. ΑΠ: $\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{12}$,

221 Αν για δύο ενδεχόμενα A,B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν: $P(A\cap B)=\frac{2}{5}$, $P(A')+P(B')=\frac{11}{10}$ να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(A\cup B)$ ΑΠ: $\frac{1}{5}$

222 Αν για δύο ενδεχόμενα A,B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν: $P(A')=\frac{1}{2}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$ να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(B\cap A')$ ΑΠ: $\frac{1}{3}$

223 Αν $\frac{3}{P(A')}-\frac{2}{P(A)}=\frac{25}{6}$ να βρείτε τις $P(A)$ και $P(A')$

224 Αν για δύο ενδεχόμενα A,B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $3P(A\cup B)=1+3P(A-B)$ να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(B')$ ΑΠ: $\frac{2}{3}$

225 Αν για δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι: $P(A') = 3P(A)$, $P(A) + 2P(B) = 1$ και $2P(A \cup B) = 1$ να υπολογίσετε τις πιθανότητες $P(A \cap B)$, $P(B - A)$, $P(A \cup B')$ ΑΠ: ⅛, ¼, ¾

226 Αν για τα ενδεχόμενα A, A' ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $P(A)P(A') = \frac{2}{3}$. να υπολογίσετε την $P(A')$

227 Δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου έχουν γινόμενο πιθανοτήτων $\frac{2}{9}$. Να βρεθεί η πιθανότητα του καθενός ΑΠ: ⅔ , ⅓

228 Εστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν $A \cup B = \Omega$, $P(A) = \alpha$, και $P(B) = \beta$. Να βρεθούν οι πιθανότητες: $P(A' \cup B')$ $P(A' \cap B')$ $P(A' \cup B)$ $P(A' \cap B)$

229 Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και ισχύουν $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ και $P((A' \cap B) \cup (A \cap B')) = \frac{1}{6}$, να βρείτε την πιθανότητα $P(A' \cup B')$.

230 Αν Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τέτοια, ώστε $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, να αποδειχθεί ότι:

Α) $P(A' \cap B) = P(A')P(B)$ Β) $P\left((A \cup B)'\right) = P(A')P(B')$

231 Αν A, B είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και ισχύουν οι ισότητες $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(A) = \frac{1}{6}$ και $P(A \cap B) = \frac{2}{15}$, να βρείτε τις πιθανότητες:

Α) $P(A \cup B)$ Β) $P(A')$ Γ) $P(B')$ Δ) $P(A \cap B')$ Ε) $P(A' \cap B)$

232 Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και Β ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν:
$P(A - B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ και $P(B' - A) = \frac{1}{2}$.

Α) Να βρείτε την πιθανότητα $P(A)$.

Β) Να αποδείξετε ότι $P(B) = \frac{1}{4}$.

Γ) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα A και B.

233 Δίνονται τα ενδεχόμενα A, B, Γ του ίδιου δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει :
$P(A \cap B) + P(A \cup B) = 0{,}5$ και $P(A') = 0{,}8$. Να βρείτε την $P(B)$. απ: ½

234 Να αποδείξετε ότι αν οι πιθανότητες $P(A), P(A \cup B), P(B)$, είναι με τη σειρά που δίνονται , διαδοχικοι όροι αριθμητικής προόδου , τότε τα ενδεχόμενα Α,Β είναι ισοπίθανα.

235 Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει ότι: $P(A)P(A') = P(A') + P^2(B)$. Να αποδείξετε ότι το A είναι βέβαιο ενδεχόμενο και το B αδύνατο.

236 Έστω Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τέτοια, ώστε $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων.

Α) Γ. «Πραγματοποιειται ένα μόνο από τα A και B».

Β) Δ: «Δεν πραγματοποιείται ούτε το A ούτε το B».

237 Έστω το σύνολο $\Omega=\{0,1,2,3,4,5\}$ ένας δειγματικός χώρος . Αν $A=\{0,1,2\}$, $B=\{3,5\}$ με $P(A)=\frac{3\lambda-1}{5}$ και $P(B)=\frac{2-3\lambda}{5}$. Να βρείτε την πιθανότητα $P(A\cup B)$ ΑΠ: $1/5$

238 Έστω A,B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει ότι η πιθανότητα:

Να μην πραγματοποιείται κανένα από τα A και B είναι $\frac{1}{4}$

Να πραγματοποιείται μόνο ένα από τα A και B είναι $\frac{2}{3}$

Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται ένα το πολύ από τα A και B ΑΠ: $11/12$

239 Έστω A,B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει ότι η πιθανότητα::

Να πραγματοποιείται το A είναι $\frac{1}{5}$, Να μην πραγματοποιείται το B είναι $\frac{3}{5}$ και να πραγματοποιούνται συγχρόνως και τα δύο είναι $\frac{1}{6}$. Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται: :

Α) ένα τουλάχιστον από τα A και B Β) το πολύ ένα από τα Α και Β

Γ) κανένα από τα A και B Δ) μόνο το A

Ε) μόνο ένα από τα A και B ΣΤ) Το A ή να μην πραγματοποιείται το B

240 Στη Γ τάξη ενός Λυκείου το 40% των μαθητών ασχολείται με το ποδόσφαιρο, το 30% με το μπάσκετ και το 20% με το ποδόσφαιρο και με το μπάσκετ. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή, να βρεθεί η πιθανότητα:

Α) Να μην ασχολείται με το μπάσκετ

Β) Να μην ασχολείται ούτε με το ποδόσφαιρο ούτε με το μπάσκετ

Γ) Να ασχολείται με το μπάσκετ και να μην ασχολείται με το ποδόσφαιρο

Δ) Να ασχολείται με ένα το πολύ από τα παραπάνω αθλήματα. ΑΠ: 70% , 50% , 10% , 80%

241 Στη Γ τάξη ενός Λυκείου το 40% είναι αγόρια, το 30% είναι οπαδοί του Άρη και το 20% είναι κορίτσια και οπαδοί του Άρη. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο, να βρεθεί η πιθανότητα:

Α) Να είναι αγόρι ή οπαδός του Άρη

Β) Να είναι κορίτσι και να μην είναι οπαδός του Άρη ΑΠ: 60% , 40%

242 Σε μια τάξη της Β' Λυκείου υπάρχουν 20 αγόρια και 9 κορίτσια. Από τα αγόρια το $\frac{1}{4}$ και από τα κορίτσια το $\frac{1}{3}$ είναι άριστοι στα Μαθηματικά. Καλούμε τυχαία ένα άτομο για μια εξέταση. Ποια η πιθανότητα:

Α) Να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά. Β) Να είναι κορίτσι άριστο στα Μαθηματικά.

Γ) Να είναι κορίτσι ή να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά.

243 Από τους 50 μαθητές της Γ τάξης ενός Λυκείου οι 20 ασχολούνται με το ποδόσφαιρο, οι 40 με το μπάσκετ και καθένας ασχολείται με το ποδόσφαιρο ή το μπάσκετ. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή, να βρεθεί η πιθανότητα:

Α) Να μην ασχολείται με το ποδόσφαιρο

Β) Να ασχολείται με το ποδόσφαιρο και με το μπάσκετ

Γ) Να ασχολείται με το ποδόσφαιρο αλλά όχι με το μπάσκετ ΑΠ: 60% , 20% , 20%

244 Στη Γ τάξη ενός Λυκείου υπάρχουν 15 αγόρια και 20 κορίτσια. Τα $\frac{4}{5}$ των αγοριών και τα $\frac{3}{4}$ των κοριτσιών συμμετείχαν στην πενθήμερη εκδρομή της τάξης τους. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Να βρείτε την πιθανότητα:

Α) Να είναι αγόρι και να μην έχει πάει εκδρομή

Β) Να είναι κορίτσι ή να μην έχει πάει εκδρομή. ΑΠ: $3/35$, $23/35$

245 Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει ότι: $P(A-B)=\frac{1}{4}$ και $P(B')=\frac{1}{2}$. Να βρείτε την πιθανότητα να μην πραγματοποιείται κανένα από τα A και B ΑΠ: ¼

246 Στο A_1 τμήμα Γεωμετρίας το 10% δεν έχει διαβήτη, το 15% δεν έχει κανόνα και το 5% δεν έχει ούτε κανόνα ούτε διαβήτη. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή, να βρείτε την πιθανότητα να έχει κανόνα και διαβήτη.

247 Σε ένα σχολείο το 50% των μαθητών έχει κινητό τηλέφωνο ή δεν έχει Η/Υ και το 25% των μαθητών έχει κινητό και Η/Υ. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή.

Α) Να βρείτε την πιθανότητα να έχει Η/Υ

Β) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα να έχει Η/Υ και να μην έχει κινητό, δεν ξεπερνάει το $\frac{3}{4}$

Γ) Αν η πιθανότητα να έχει κινητό και να μην έχει Η/Υ είναι $\frac{1}{5}$, να βρείτε την πιθανότητα να μην έχει Η/Υ ούτε κινητό. ΑΠ Α) $\frac{3}{4}$, Β) $B-A\subseteq B$, Γ) $\frac{1}{20}$

248 Σε μια επιχείρηση το 60% δεν ξέρει αγγλικά, το 80% δεν ξέρει γαλλικά και το 50% δεν ξέρει ούτε αγγλικά ούτε γαλλικά. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή ποια είναι η πιθανότητα να ξέρει αγγλικά και γαλλικά.

249 Η Β τάξη ενός Λυκείου έχει 40 αγόρια και κορίτσια. Τα $\frac{2}{5}$ των αγοριών και το 20% των κοριτσιών πήγαν την προηγούμενη μέρα σε μια συναυλία. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Αν η πιθανότητα να είναι κορίτσι και να μην έχει πάει στην συναυλία είναι 30%, να βρείτε:

Α) Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια

Β) Την πιθανότητα να είναι αγόρι και να μην έχει πάει στην συναυλία. ΑΠ 25-15, 37,5%

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ

250 Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega=\{\alpha,\beta,\gamma\}$. Αν ισχύουν οι ισότητες $P(\alpha)=3\lambda^2$, $P(\beta)=4\lambda-1$ και $P(\gamma)=7\lambda-2$, να υπολογίσετε την τιμή του λ.

251 Ενα μη αμερόληπτο ζάρι είναι έτσι φτιαγμένο ώστε η εμφάνιση κάθε αριθμού (κ) να είναι ανάλογη του (κ) με $\kappa=1,2,3,\ldots,6$. Να βρείτε τη πιθανότητα εμφάνισης κάθε αριθμού.

252 Έστω Ω ένας δειγματικός χώρος και A,B,Γ ενδεχόμενά του ξένα ανά δύο, ώστε $P(A)+P(B)+P(\Gamma)=1$ όπου $P(A)$, $P(B)$, $P(\Gamma)$ οι πιθανότητες των ενδεχομένων A,B,Γ και υπάρχει $\theta>0$ τέτοιος ώστε $P(A)+P(B)=\frac{1}{3\theta}$, $P(B)+P(\Gamma)=\frac{5\theta}{4}$ και $P(\Gamma)+P(A)=\theta$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$, $P(\Gamma)$ και $P(A\cup B')$.

253 Έστω $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3\}$ ένας δειγματικός χώρος του οποίου οι πιθανότητες P_{ω_i}, $i=1,2,3$ των απλών ενδεχομένων του ικανοποιούν τις σχέσεις $P_{\omega_1}-2P_{\omega_2}+7P_{\omega_3}=\theta$ και $6P_{\omega_1}+3P_{\omega_2}+4P_{\omega_3}=5\theta$, όπου θ φυσικός αριθμός. Να βρεθούν:

Α) οι πιθανότητες $P_{\omega_1}, P_{\omega_2}, P_{\omega_3}$,

Β) οι πιθανότητες των ενδεχομένων $A=\{\omega_1,\omega_2\}$, $B=\{\omega_2,\omega_3\}$, $A'\cup B'$ και $A'\cup B$.

254 Έστω ν θετικός ακέραιος και ο δειγματικός χώρος $\Omega=\{1,2,3,\ldots,\nu\}$. Δίνονται οι πιθανότητες $P(\kappa)=\frac{3}{7}\left(\frac{4}{7}\right)^{\kappa-1}$ $\kappa=1,2,3,\ldots,\nu$. Να υπολογίσετε

Α) την πιθανότητα $P(0)$,

Β) την πιθανότητα $P(A)$ όταν $A=\{1,2\}$,

Γ) την πιθανότητα $P(B)$ του ενδεχομένου $B=\{x\in\Omega / x\geq 3\}$

ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ

255 Αν Α,Β είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να αποδείξετε ότι:

Α) $0 \le P(A)P(A') \le \frac{1}{4}$ Β) $\frac{1}{2} \le [P(A)]^2 + [P(A')]^2 \le 1$ Γ) $P(A \cap B) \le P(A)P(B) + P((A \cup B)')$.

Δ) $P(A \cap B) \le P(A) \le P(A \cup B) \le P(A) + P(B) \le 1 + P(A \cap B)$

Ε) $2P(A \cap B) \le P(A) + P(B) \le 2P(A \cup B)$

256 Έστω A , B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$.

Α) Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B δεν είναι ασυμβίβαστα

Β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{6} \le P(A \cap B) \le \frac{1}{2}$

257 Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , ενός πειράματος τύχης για τα οποία ισχύει $P(A \cup B) = \frac{33}{35}$, $P(A') + P(B') = \frac{6}{7}$. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $A \cap B$, $A' \cup B'$

258 Έστω A , B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = 0{,}32$, $P(B) = 0{,}78$.

Α) Να εξετάσετε αν τα A , B είναι ασυμβίβαστα

Β) Να αποδείξετε ότι: $0{,}1 \le P(A \cap B) \le 0{,}32$

259 Έστω Α, Β ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. Να δείξετε ότι $\frac{5}{12} \le P(B) \le \frac{3}{4}$

260 Έστω A , B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) > \frac{1}{2}$, $P(B') < \frac{1}{2}$. Να αποδείξετε ότι τα A , B δεν είναι ασυμβίβαστα

261 Έστω A , B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B') = \frac{2}{3}$. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{6} \le P(A - B) \le \frac{1}{2}$

262 Έστω A , B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $2P(A) = 3P(B)$ και $2P(A') = 3P(B)$. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{6} \le P(A \cup B) \le \frac{5}{6}$

263 Έστω A, B, Γ ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τέτοια, ώστε $\Gamma \subseteq A \cap B$. Να αποδειχθεί ότι

Α) $2P(\Gamma) \le P(A) + P(B)$

Β) $3P(\Gamma) \le 2P(A \cap B) + P(A \cup B) \le 3P(A \cup B)$

Γ) $P(A \cup B) \le P(A) + P(B \cap \Gamma')$

264 Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και ισχύουν $P(A') \le \alpha$ και $P(B) \le \beta$, όπου $0 < \alpha < \beta < 1$, να αποδειχθεί ότι $\beta - \alpha \le P(A \cap B) - P(A' \cap B')$.

265 Αν A, B συμπληρωματικά ενδεχόμενα και $25P^2(A) + 8 \le 29P(A) - P(B)$, να βρεθούν οι $P(A)$ και $P(B)$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

266 Ένα κουτί περιέχει 3 άσπρες και 2 κόκκινες σφαίρες. Βγάζουμε διαδοχικά δύο σφαίρες. Να βρεθεί η πιθανότητα

Α) να είναι δύο κόκκινες Β) να είναι η πρώτη άσπρη και η δεύτερη κόκκινη Γ) να είναι και οι δύο άσπρες

267 Σε μια έρευνα που έγινε μεταξύ των μαθητών μιας τάξης έδειξε ότι Το 50% θα πάει το καλοκαίρι διακοπές σε «νησί», Το 50% θα πάει το καλοκαίρι διακοπές σε «βουνό»Το 10% θα πάει διακοπές το καλοκαίρι σε «νησί» και σε «βουνό» ενώ ο Βασίλης, ο Πέτρος και ο Δημήτρης δεν θα πάνε πουθενά. Πόσα άτομα έχει η τάξη;

268 Μέσα σε ένα κουτί υπάρχουν 5 μπάλες από τις οποίες οι 3 είναι άσπρες και οι 2 κόκκινες. Επιλέγουμε την μία μπάλα μετά από την άλλη μέχρι να μείνουν στο κουτί μπάλες του ίδιου χρώματος. Να βρείτε :

Α) Τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Α: ¨Οι μπάλες που επιλέξαμε ήταν του ίδιου χρώματος.¨ Β: «Στο κουτί έμεινε μόνο μία μπάλα.»

γ) Γ: ¨Από τις μπάλες που επιλέξαμε οι κόκκινες ήταν περισσότερες από τις άσπρες.

Γ) Τις πιθανότητες των ενδεχομένων : $A\cup B, B\cap \Gamma, \Gamma\cup A', (A\cap B)'$.

269 Έστω A,B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Αν οι πιθανότητες $P(A)$, $P(A\cap B)$, $P(A\cup B)$ είναι ρίζες της εξίσωσης: $(2-3x)(2x-1)(3x-1)=0$, να βρείτε την πιθανότητα $P(B)$

270 Σε ένα εκτροφείο αλόγων υπάρχουν 4ν θηλυκά και $\nu^2+2\nu+4$ αρσενικά άλογα με $\nu\in N^*$. Επιλέγουμε στην τύχη ένα άλογο. Να βρείτε πόσα θηλυκά και πόσα αρσενικά άλογα υπάρχουν στο εκτροφείο έτσι ώστε η πιθανότητα το άλογο που επιλέξαμε να είναι θηλυκό , να είναι η μέγιστη . Ποιά η πιθανότητα αυτή ;

271 Έστω A,B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A\cup B)=1$ και $P(A)+P(B)\le 1$. Να δειχθεί ότι $P(A\cap B)=\varnothing$ και ότι ισχύει $P(A')=P(B)$.

272 Έστω A, B ενδεχόμενα ενός πεπερασμένου δειγματικού χώρου Ω, ενός πειράματος τύχης με μη μηδενικές πιθανότητες των στοιχειωδών ενδεχομένων. Αν $P(A)=P(A\cup B')$ και $P(B)=P(A'\cap B)$, να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι συμπληρωματικά.

273 Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ώστε: $|2P(A)+1|-|P(A)-3|=4\lambda$ και $P(B)=1-\ln(\kappa+1)$ όπου $\kappa\in N^*$, $\lambda\in N$ Να αποδείξετε ότι $\kappa=1$, $\lambda=0$ και ότι $\ln\frac{e}{2}\le P(A\cup B)\le \ln\frac{e\cdot\sqrt[3]{e^2}}{2}$

274 Έστω A, B ενδεχόμενα ενός πεπερασμένου δειγματικού χώρου Ω, ενός πειράματος τύχης με μη μηδενικές πιθανότητες των στοιχειωδών ενδεχομένων. Αν $P(B)=P(A'\cap B)$ και $P(B')=P(A\cap B')$. Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι συμπληρωματικά.

275 Έστω A, B ενδεχόμενα ενός πεπερασμένου δειγματικού χώρου Ω, ενός πειράματος τύχης. Να αποδείξετε ότι αν $P(A\cup B)=P(A\cap B)$ τότε $P(A)=P(B)$

276 Αν Ω δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα με $N(\Omega)=30$ και $N(A)=\frac{x^2+4}{2}$, $P(B)=\frac{x}{6}$, με A, B συμπληρωματικά ενδεχόμενα, να βρεθούν τα $P(A)$ και $P(B)$.

277 Αν A,B ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A)=\lambda^2$, $P(B)=7\lambda^2-6\lambda+2$, να αποδείξετε ότι $\frac{1}{4}\le\lambda\le\frac{1}{2}$