

Ερωτήσεις Κατανόησης
Επαναληπτικά - Συνδυαστικά
Θέματα



ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

A. Να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση. (Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής)

1. Ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η ακτίνα ενός κύκλου είναι 0,5 cm/sec. Με ποιο ρυθμό μειώνεται η επιφάνειά του όταν η ακτίνα του είναι 4 cm

- A. 4π B. 2π Γ. 8π Δ. $\frac{\pi}{2}$ Ε. $\frac{\pi}{4}$

2. Αν η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} τότε η τιμή του ορίου $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h^2) - f(x-h^2)}{2h^2}$ είναι:

- A. $4f'(x)$ B. $2f'(x)$ Γ. $f'(x)$ Δ. $\frac{f'(x)}{2}$

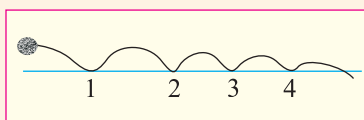
3. Αν η $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3, & x \leq 1 \\ ax + \beta, & x > 1 \end{cases}$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} τότε:

- A. $\alpha = 3, \beta = -2$ B. $\alpha = -2, \beta = 1,$ Γ. $\alpha = 3, \beta = -4,$ Δ. $\alpha = 1, \beta = -4$

4. Πετάμε μια πέτρα στη θάλασσα η οποία αφού κάνει 4 αναπηδήσεις μετά βυθίζεται.

Πόσες είναι οι χρονικές στιγμές που η στιγμιαία ταχύτητα της πέτρας θα είναι ίση με το μηδέν

- A. 5 B. 6 Γ. 9 Δ. 7 Ε. 8



5. Αν $f(x) = 2|x-1| + (x-1)^2$ τότε $f'(0)$ είναι

- A. 4 B. 2 Γ. 0 Δ. -4 Ε. Δεν υπάρχει

6. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $f(x) = f|1-x|$ τότε $f'(0)$ είναι ίση με:

- A. $f(0)$ B. $f(1)$ Γ. $-f'(0)$ Δ. $f'(1)$ Ε. $-f'(1)$

7. Το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 2x}{(1+x)\ln(1+x)}$ ισούται με:

- A. -2, B. $\frac{1}{2},$ Γ. 0 Δ. $+\infty$ Ε. 2

8. Το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sigma\phi\left(\frac{\pi}{3} + h\right) - \sigma\phi\left(\frac{\pi}{3}\right)}{h}$ ισούται με

- A. $-\frac{\pi}{3}$ B. -3 Γ. $-\frac{1}{3}$ Δ. $-\frac{4}{3}$ Ε. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

9. Το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x}$ ισούται με

- A. 0 B. 1 Γ. π Δ. $+\infty$

10. Αν η f είναι συνεχής στο $[-1, 1]$ και $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$ τότε η εξίσωση $f(x) = \frac{3}{2}$.

- A. Αδύνατη B. Έχει τουλάχιστον μία ρίζα,
Γ. Έχει το πολύ μία λύση Δ. Έχει ακριβώς μία λύση

11. Αν η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} με $f(x) \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(1) = -5$ τότε το

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(f(\alpha) - 1)x^3 - 5x^2 + \alpha x - 2}{x^2 - 1}$ είναι ίσο με

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ Γ. $f(\alpha) - 1$ Δ. $1 - f(-\alpha)$ Ε. -5

12. Το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x \frac{t + t^2}{1 + \eta\mu t} dt$ ισούται με:

- A. $\frac{1}{2\pi}$ B. $\frac{1}{\pi}$ Γ. $\frac{1}{2}$ Δ. 0 Ε. 1

13. Ποια είναι η τιμή του ολοκληρώματος $I = \int_0^1 \left(\int_0^x xy dy \right) dx$

- A. $\frac{y^3}{2}$ B. $\frac{1}{8}$ Γ. $\frac{1}{2}$
Δ. $\frac{x^3}{4}$ Ε. 1 Ζ. $\frac{1}{4}$

14. Αν $\int_0^{\alpha} (10x^2 + 6x + 1) dx = 0$ τότε ο αριθμός α είναι ίσος με:

- A. 1 B. 2 Γ. 0 Δ. 3 Ε. -1

15. Αν $\int_{-κ}^κ (x^2 - 1) dx = 0$ με $κ > 0$ τότε ο αριθμός $κ$ είναι

- A. 1 B. 2 Γ. $\sqrt{2}$ Δ. $\sqrt{3}$ E. $\frac{1}{2}$

16. Το εμβαδόν του χωρίου που δημιουργείται από τις $y = x^3$, $y = 8x$ και $y = 8$ είναι ίσο με

- A. 4 B. 6 Γ. 8 Δ. 10 E. 12

17. Για ποια τιμή του x η συνάρτηση $f(x) = \int_x^{2x} \frac{\eta\mu t}{t} dt$ παρουσιάζει μέγιστο στο $\left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ Γ. $\frac{\pi}{2}$ Δ. π E. $\frac{2\pi}{3}$

18. Αν $P'(0) = P'(2)$ τότε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^2 xP''(x) dx$ είναι

- A. $2P'(2)$ B. $2P(2)$ Γ. $2(P(2) - P'(2))$ Δ. $4P(2)$

19. Το εμβαδόν του χωρίου E που δημιουργείται από τα σημεία $M(x, y)$ με $0 \leq x \leq 1$ και $x^3 \leq y \leq \sqrt[3]{x}$ εκφράζεται από το ολοκλήρωμα

A. $\int_0^1 (x^3 - \sqrt[3]{x}) dx$ B. $\int_0^1 \sqrt[3]{x} dx$ Γ. $\int_0^1 (x^3 - x) dx$

Δ. $\int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x^3) dx$ E. $\int_{-1}^1 |x^3 - \sqrt[3]{x}| dx$

20. Σε πόσα σημεία η γραφική παράσταση της καμπύλης $y = x^5 + x^3 + 2x + 2$ τέμνει τον άξονα $x'x$

- A. 0 B. 1 Γ. 2 Δ. 3 E. 5

21. Η καμπύλη $2x^2 - 3x - 2xy - y = 6$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες:

A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $x = -\frac{1}{2}$ και $y = x + 1$

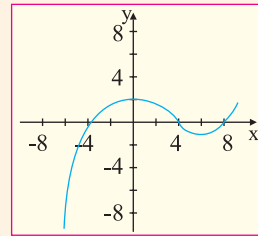
Γ. $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$ και $y = x + 1$ Δ. $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$, $y = x + 1$ και $y = -x - 1$

22. Η $f(x) = x^\kappa e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$, $\kappa > 0$ έχει μέγιστη τιμή

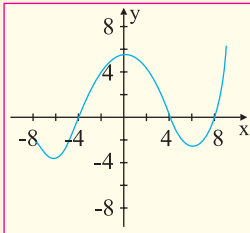
- A. κ B. $\frac{e}{\kappa}$ Γ. $\left(\frac{\kappa}{e}\right)^\kappa$ Δ. $\left[\ln\left(\frac{e}{\kappa}\right)\right]^\kappa$

23. Στο διπλανό σχήμα είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f'(x)$.

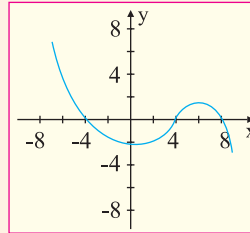
Ποια από τις παρακάτω καμπύλες αντιστοιχεί στην γραφική παράσταση της $y = f(x)$.



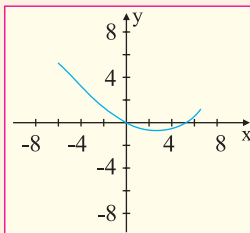
Α.



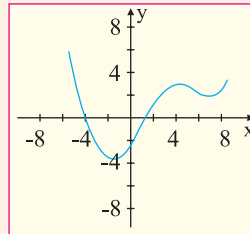
Β.



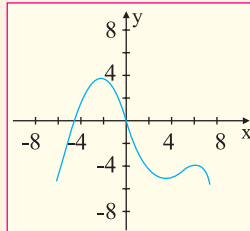
Γ.



Δ.



Ε.



Β. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) (Ερωτήσεις τύπου Σωστό - Λάθος)

1. Για κάθε $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ισχύει $|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)^2$ Σ Λ
2. Αν $z, w \in \mathbb{C}$ και $z^2 + w^2 = 0$ τότε $z = 0$ και $w = 0$. Σ Λ
3. Αν $\frac{z_1}{z_2} = \kappa$, $\kappa > 0$ τότε τα σημεία O, M_1, M_2 είναι συνευθειακά Σ Λ

4. Αν η f είναι “1-1” στο A και η g είναι “1-1” στο A τότε η $f + g$ είναι “1-1” στο A . Σ Λ
5. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο A και η g είναι γνησίως αύξουσα στο A τότε η $f \cdot g$ είναι γνησίως αύξουσα στο A . Σ Λ
6. Αν η $g(x)$ είναι περιοδική στο \mathbb{R} τότε η $(f \circ g)$ είναι περιοδική στο \mathbb{R} . Σ Λ
7. Υπάρχει περιοδική συνάρτηση που είναι “1-1” στο πεδίο ορισμού της. Σ Λ
8. Αν η f είναι περιττή και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $(1, f(1))$ τότε θα παρουσιάζει ελάχιστο στο $(-1, -f(1))$. Σ Λ
9. Ισχύει $f(f^{-1}(x)) = x$ για κάθε $x \in A_f$. Σ Λ
10. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο A και η g είναι γνησίως φθίνουσα στο A τότε οι C_f, C_g τέμνονται το πολύ σε ένα σημείο. Σ Λ
11. Αν $f(0) = 2$ τότε η εξίσωση $f^{-1}(x) = 0$ έχει μοναδική ρίζα τον $x = 2$ με δεδομένο ότι η f είναι “1-1”. Σ Λ
12. Υπάρχει συνάρτηση f γνησίως φθίνουσα τέτοια ώστε $f(f(x)) = e^{-x}$. Σ Λ
13. Αν η αντιστρέψιμη συνάρτηση f έχει μια ρίζα στο \mathbb{R} τότε και $f^{-1}(x) = 0$ έχει μία ρίζα στο \mathbb{R} . Σ Λ
14. Αν η $h(x) = f(x) + g(x)$ είναι συνεχής στο Δ τότε οι συναρτήσεις f, g είναι συνεχείς στο Δ . Σ Λ
15. Αν η g είναι συνεχής στο x_0 , η f δεν είναι συνεχής στο x_0 , $x_0 \in A_f \cap A_g$ υπάρχει συνάρτηση $h(x) = f(x) + g(x)$ που είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
16. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{x - x_0} = 8$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ Σ Λ
17. Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} τότε δεν έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες. Σ Λ
18. Αν το $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ τότε είναι $f(x) > 0$ για τα x που είναι κοντά στο x_0 . Σ Λ
19. Αν $f(x) < g(x)$ για τα x που ανήκουν στο $A = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$, $\delta > 0$ τότε το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$. Σ Λ

20. Αν $f(x) > g(x)$ για τα $x \in A$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ τότε και

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty. \quad \Sigma \quad \Lambda$$

21. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$. Σ Λ

22. Αν η f είναι συνεχής και “1-1” στο \mathbb{R} τότε η f^{-1} είναι συνεχής στο \mathbb{R} . Σ Λ

23. Αν η f είναι συνεχής και “1-1” στο \mathbb{R} τότε είναι γνησίως μονότονη στο \mathbb{R} . Σ Λ

24. Αν η $|f|$ είναι συνεχής στο \mathbb{R} τότε η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} . Σ Λ

25. Είναι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(\epsilon\phi x)}{\epsilon\phi(\eta\mu x)} = 1$. Σ Λ

26. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(\alpha, \beta]$ τότε

$$f(\beta) \leq f(x) < \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x). \quad \Sigma \quad \Lambda$$

27. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(\alpha, \beta]$ τότε $f((\alpha, \beta]) = \left[f(\beta), \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) \right)$ Σ Λ

28. Υπάρχει μη σταθερή συνεχής συνάρτηση στο \mathbb{R} με σύνολο τιμών το B , $B \subseteq \mathbb{Q}$ Σ Λ

29. Η $f(x) = \sqrt{x-1}$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$. Σ Λ

30. Η $f(x) = \sqrt{x-1}(x-1)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$. Σ Λ

31. Υπάρχει συνάρτηση που εφάπτεται σε ευθεία σε άπειρα σημεία. Σ Λ

32. Υπάρχει συνάρτηση που εφάπτεται σε άπειρα σημεία μιας ευθείας των οποίων οι τετμημένες ανήκουν σε διάστημα (α, β) . Σ Λ

33. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε η f είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ

34. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε η $f'(x_0)$ είναι είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ

35. Η C_f εφάπτεται $\left. \begin{array}{l} \text{στον } x'x \\ \text{στο } x_0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$. Σ Λ

36. Η C_f εφάπτεται στην ευθεία

$$\left. \begin{array}{l} y = \alpha x + \beta \\ \text{στο } (1, f(1)) \end{array} \right\} \Leftrightarrow f'(1) = \alpha \text{ και } f(1) = \alpha + \beta. \quad \Sigma \quad \Lambda$$

37. Αν η κλίση της εφαπτομένης της C_f στο $x_0 = 4$ είναι 12 τότε $f'(4) = 12$ Σ Λ

38. Αν $f(1) = -1$ και $f(5) = 5$ και ισχύει ο διπλανός πίνακας τότε η f έχει ακριβώς δύο ρίζες στο \mathbb{R} .

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$

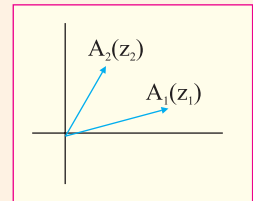
Σ Λ

39. Αν $f(x) < g(x)$ για κάθε $x \in (a, \beta)$ τότε $f'(x) < g'(x)$. Σ Λ

40. Αν $h(x) \leq h(5)$ για τα $x \in \mathbb{R}$ και η $h(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο 5, τότε $h'(5) = 0$. Σ Λ

Γ. Να συμπληρώσετε τα κενά των προτάσεων με τις κατάλληλες λέξεις - τύπους - αριθμούς. (Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού)

1. Στο διπλανό σχήμα να προσδιορίσετε τα σημεία Β και Δ ώστε $B(z_1 + z_2)$ και $\Delta(z_1 - z_2)$.



2. Αν $|z| = 1$ τότε $\bar{z} = \dots\dots\dots$

3. Αν $|z| = \rho$ τότε $\bar{z} = \dots\dots\dots$

4. Αν $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ και $A_1(z_1), A_2(z_2)$ τότε τα διανύσματα $\overline{OA_1}$ και $\overline{OA_2}$ είναι

5. Αν $|z_1 + z_2| = |z_1| - |z_2|$ και $A_1(z_1), A_2(z_2)$ τότε τα διανύσματα $\overline{OA_1}$ και $\overline{OA_2}$ είναι και μάλιστα μεγαλύτερο μέτρο έχει το

6. $(1+i)^{2v} = \dots\dots\dots$ και $(1-i)^{2v} = \dots\dots\dots$.

7. Αν $A(z_1), B(z_2), \Gamma(z_3)$ και το $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ τότε η σχέση που συνδέει τους z_1, z_2, z_3 είναι

8. Αν $z_1 + z_3 = z_2 + z_4$ και $A_1(z_1), A_2(z_2), A_3(z_3), A_4(z_4)$ τότε το $A_1A_2A_3A_4$ είναι

9. Έστω η εξίσωση $az^2 + \beta z + \gamma = 0$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{C}, \Delta < 0$ και z_1, z_2 οι ρίζες της. Τότε:
 $z_1 + z_2 = \dots\dots\dots, z_1 \cdot z_2 = \dots\dots\dots, z_1^{100} + z_2^{100} \in \dots\dots\dots$ αριθμούς.

10. Αν $|z|^2 = -z^2$ τότε ο z είναι αριθμός.

11. Αν $P(z)$ πολυώνυμο με πραγματικούς συντελεστές και $z \in \mathbb{C}$ τότε $P(z) \cdot P(\bar{z}) = \dots\dots\dots$

12. Αν $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2|$ τότε το τρίγωνο A_1OA_2 είναι όπου A_1A_2 εικόνες των z_1, z_2 αντίστοιχα.

13. Αν $\frac{z_1}{z_2} = \kappa, \kappa \in \mathbb{R}$ και $O(0,0), M_1(z_1), M_2(z_2)$ τότε τα σημεία O, M_1, M_2 είναι

