



ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ



Οι Πραγματικοί Αριθμοί

1. Να υπολογιστούν με δύο τρόπους τα παρακάτω αθροίσματα:

α. $(-5) + (-6) - (+3) - (-7) + (-12) - (-13)$

β. $(-7) - (+8) + (-3) + (+7) - (-3) - (+1)$

γ. $-3 - (8 - 7) - (-12 + 11) - (5 + 2)$

δ. $3 - [-2 - (8 + 2)] - 12 - (8 - 3)$

ε. $7 - (-8 + 3) - [-5 - (10 - 13) - 3] - 1$

στ. $-(-3 + 1) - \{-5 + (-3 + 7) - [-3 - (-7 + 1)]\} - (8 - 5)$

2. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α. $-2 - [36 - 8 - (9 - 28)]$

β. $-4 - (-5 + 3) - [6 - (-4 + 9) + (-1 - 2 + 7)] - (12 - 16)$

γ. $-(-5) + (-12) - [-(+5) - (-12)] - [-(-36)]$

δ. $-\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) - 2 - \left(\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\right)$

ε. $-\frac{3}{10} + \frac{2}{15} - \frac{1}{30} + \frac{7}{5} - \frac{5}{6} - \frac{11}{30}$

στ. $\frac{1}{4} - \left(-\frac{2}{3} - 5 + 7\right) + (-4 + 8) - \left(\frac{1}{2} - 5\right)$

3. Ομοίως.

α. $(-3) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (-4)$

β. $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)$

γ. $(-2) \cdot (+2) + 3 \cdot (12 - 9) - 5 \cdot (2 - 4)$

δ. $[3 - (3 - 4)] \cdot [5 + (2 - 3)] \cdot (6 - 4)$

$$\epsilon. \quad \left(3 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left[4 - \left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)\right] \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$\sigma\tau. \quad (-3) \cdot \left(7 + 6 - \frac{2}{3}\right) - 4 \cdot \left(4 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(7 - \frac{1}{2}\right) \cdot (-1)$$

4. Ομοίως.

$$\alpha. \quad (-3) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-7) \cdot (+2)$$

$$\beta. \quad \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{8}{2}\right)$$

$$\gamma. \quad (12 + 6 - 15) : (-2)$$

$$\delta. \quad \left(-\frac{5}{12} + \frac{1}{4} - 2\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\epsilon. \quad [60 \cdot (-8) \cdot (-12)] : (-3)$$

$$\sigma\tau. \quad \left(\frac{6}{7} - \frac{1}{14} + \frac{3}{7}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)$$

$$\zeta. \quad \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot [(-4) + \left(-\frac{2}{3}\right) - (-3)]$$

$$\eta. \quad (-7) \cdot [(-4) : \left(+\frac{1}{2}\right)] \cdot \left(+\frac{9}{2}\right) : (-9)$$

5. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$\alpha. \quad 4 - \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(4 - \frac{1}{5}\right)$$

$$\beta. \quad \left(-5 + \frac{1}{3}\right) \cdot 2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} + 3\right)$$

$$\gamma. \quad \left(-1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} + 1\right)$$

$$\delta. \quad \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{2 - \left(-\frac{1}{2} + 1\right)}$$

$$\epsilon. \quad \left(-1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\zeta. \quad \frac{1 - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right)}$$

$$\sigma\tau. \quad \frac{\frac{2}{3} - 3 + \frac{5}{6}}{\frac{4}{3} - 2 + \frac{1}{2}}$$

6. Να υπολογιστεί με δύο τρόπους η τιμή της παρακάτω παράστασης, αν γνωρίζετε ότι $x = \frac{2}{3}$ και $y = -2$.

$$A = x - [y - (y + 2) - (x + \frac{5}{4})] - (x - y)$$

7. Να υπολογίσετε τον αντίστροφο της παράστασης:

$$A = \alpha(\beta - \gamma) + \beta(\gamma - \alpha) + \gamma(\alpha - \beta)$$

8. Αν $\alpha - \beta = 3$, να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = -\alpha - [-2 - (-\beta + 3) + 7 - 2\alpha]$$

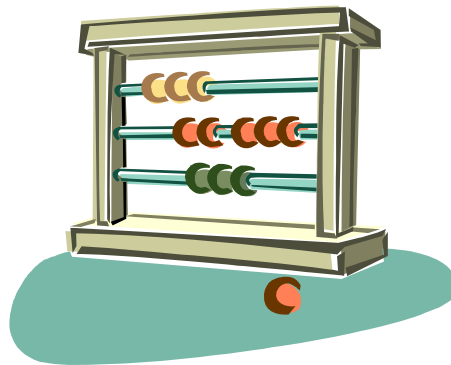
9. Να κάνετε τις πράξεις: $A = x - 2 \cdot [4x - 3 \cdot (1 - 4x)]$

10. Να δείξετε ότι οι αριθμοί $\alpha = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ και $\beta = \frac{x \cdot y}{x + y}$ είναι αντίστροφοι.

11. Αν οι αριθμοί α και $\beta \cdot \gamma$ είναι αντίστροφοι, να υπολογιστεί τη παράσταση:

$$A = (\alpha + 1) \cdot (\beta\gamma + \gamma) - \gamma \cdot (\alpha + \beta + 1)$$

12. Να αποδείξετε ότι: $(x + y) : z = (x : z) + (y : z)$, με $z \neq 0$.



Δυνάμεις

13. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:

α.	$\alpha^3 \cdot \alpha^2 \cdot \alpha$	β.	$x^5 : x^3$	γ.	$(-2)^3 \cdot (-2)^{-4}$
δ.	$(-0,2)^5 \cdot (-0,5)^5$	ε.	$\alpha^{-4} \cdot (\alpha^2)^{-4} \cdot \alpha$	στ.	$2^{-2} \cdot (-2)^4$
ζ.	$(-5)^2 : (-5)^4$	η.	$\frac{(-27)^3}{3^3}$	θ.	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

14. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:

α.	$4 \cdot \alpha^4 \cdot \beta^5 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \alpha^3 \cdot \beta$	β.	$4 \cdot \alpha^4 \cdot \beta^{-5} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \alpha^{-12} \cdot \beta$
γ.	$(4 \cdot \alpha^4 \cdot \beta^5) : \left(-\frac{5}{7} \cdot \alpha^3 \cdot \beta\right)$	δ.	$(4 \cdot \alpha^4 \cdot \beta^{-8}) : \left(-\frac{5}{7} \cdot \alpha^{-3} \cdot \beta\right)$
ε.	$4 \cdot (\alpha \cdot \beta)^3 \cdot (-2 \cdot \alpha \cdot \beta)^{-3}$	στ.	$\left(\frac{1}{2}\right)^7 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 \cdot (-4)^3$
ζ.	$(-0,25)^{17} \cdot 8^{11}$	η.	$(-4)^{60} \cdot (-1,25)^{40}$
θ.	$12^{100} \cdot 1,5^{50} \cdot 6^{-149}$		

15. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:

α.	$\left(\frac{x^2y}{xy^3}\right)^{-2} \cdot (xy)^2$	β.	$\left(\frac{x^2}{2y}\right)^5 \cdot \left(\frac{4y}{x}\right)^6$
γ.	$\left(\frac{7x^2}{-3y^4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{9y^2}{49x^4}\right)^{-2}$	δ.	$\frac{(x^3)^2 \cdot x^7}{x^{12}}$
ε.	$\frac{(x^{-1} \cdot y^{-1} \cdot z)^{-2}}{x^3 \cdot y^{-2}}$	στ.	$\frac{(\alpha^2 \cdot \beta^3)^2}{(\alpha\beta)^{-2}}$
ζ.	$\frac{\left[6 - 4\left(\frac{5}{8}\right)^0\right]^{-2}}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \frac{3}{4}\right]^{-1}}$		

16. Αν $x = -2$ και $y = 3$, να υπολογίσετε την παράσταση: $3x^2 - y^2 + 2xy^3$

17. Αν $x = 0,4$ και $y = -2,5$ τότε να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α. $x^5 \cdot (xy^2)^3 : (x^{-2} : y)^{-2}$ β. $[(xy^{-1})^2 : (x^3y^7)^{-1}]^2$

18. Να γίνουν οι πράξεις: $8 \cdot x^4 \cdot y^{-1} : [(2 \cdot x^3 \cdot y^2) \cdot x^0]$

19. Να υπολογιστεί η παράσταση: $A = 12 \cdot \left[3^{-4} : \left(2^4 : 3^2 - 2^2 : \frac{9}{8} \right) \right] + \left(2\frac{1}{2} \right)^{-2}$

20. Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$A = (-3)^4 - 5^3 - (-2)^5 - [(3^3 - 12) : 3 - 8]$$

21. Να υπολογιστεί η παράσταση: $A = 25^{x+1} - 3x^2 + 4x^{x+2}$, όταν $x = -2$.

22. Να υπολογιστεί η παράσταση: $A = 2^{x-4} + 2^{x-3} + 2^{x-2} + 2^{x-1}$, όταν $x = 2$.

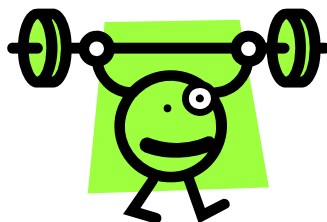
23. Να λυθεί η εξίσωση: $10^3x = 10^4$

24. Να υπολογίσετε τον αριθμό x όταν:

α. $4^x \cdot 2$ β. $9 \cdot 3^{-x} = 9^x \cdot 27$

25. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-4} \cdot x = \left(-\frac{1}{6}\right)^{-3}$ β. $x : \left(-\frac{1}{7}\right)^{-2} = -\frac{1}{7}$



Τετραγωνικές Ρίζες

26. Να απαλειφθούν οι ρίζες από τους παρονομαστές:

α. $\frac{7}{\sqrt{7}}$

β. $\frac{60}{3\sqrt{5}}$

γ. $\frac{8\sqrt{8}}{5\sqrt{8}-3\sqrt{8}}$

27. Να απλοποιηθούν οι ρίζες: $\sqrt{98}$, $\sqrt{162}$, $5\sqrt{75}$.

28. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α. $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

β. $\sqrt{\frac{156}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{39}}$

γ. $\sqrt{\frac{16}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{64}}$

29. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α. $\sqrt{18} + \sqrt{75}$

β. $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{3}$

γ. $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{5} + 1)$

δ. $\sqrt{2} \cdot (3\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$

ε. $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$

στ. $-\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} - 11\sqrt{2}$

ζ. $6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$

η. $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) - (\sqrt{2} - 1)(3 + \sqrt{2})$

θ. $(2\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 2)$

ι. $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$

ια. $8\sqrt{24} - 2\sqrt{54} + 3\sqrt{150}$

30. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α. $\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{9 + \sqrt{49}}}}$

β. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{8+1}+1}+1}$

γ. $\sqrt{\sqrt{16} - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{16} + \sqrt{5}}$

δ. $\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}$

31. Να βρεθεί το εξαγόμενο: $\left(2\sqrt{\frac{3}{2}} - 3\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

32. Αν $\alpha, \beta > 0$, να απλοποιηθεί η παράσταση: $(\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta^{-1}})^{-2} \cdot \alpha \cdot \beta^2$

33. Να λυθεί η εξίσωση: $4(x + \sqrt{2}) - \sqrt{8} = \sqrt{8}(x + \sqrt{2})$

Ανισοτικές Σχέσεις

34. Εάν $a > b$ τότε να εξετάσετε ποιος είναι μεγαλύτερος στα παρακάτω ζευγάρια:
α. $3a + 4\gamma$ και $3b + 4\gamma$ β. $\lambda - 2a$ και $\lambda - 2b$
35. Αν $x < y < z$ τότε να βρείτε το πρόσημο του αριθμού $(x - z)(z - y)(y - x)$.
36. Αν $a > b > \gamma$ να αποδείξετε ότι: $(a - b)(b - \gamma)(\gamma - a) < 0$.
37. Αν $a < b$ να αποδείξετε ότι: $3a - \gamma < 3b - \gamma$.
38. Αν $3 < x < 5$ και $1 < y < 4$ να βρείτε μεταξύ ποιών τιμών περιέχονται οι παραστάσεις:
α. $2x$ β. $3y$ γ. $x + y$
39. Αν $-1 < x < 5$ και $2 < y < 6$ να βρείτε μεταξύ ποιών τιμών περιέχονται οι παραστάσεις:
α. $-y$ β. $x - y$ γ. $x + 4y - 1$



Αλγεβρικές Παραστάσεις

40. Αν $x = -2$ να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

α. $x^4 + x^2 + 1$ β. $x^2 - 3x + 4$ γ. $x^3 + 1$

41. Αν $x = 7$ να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $3 + x + \sqrt{x + 2}$

42. Αν $x = -2$, $y = 1$ να βρεθεί η αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

α. $x^2 + y^2$ β. $(x + y)^2$ γ. $x^2 + 2xy + y^2$

43. Να γίνουν οι πράξεις:

α. $3x^2y(-2)x$ β. $(3x)^3yx^2$
γ. $(3x^2) \cdot (-x^6)$ δ. $(-x^2y) \cdot (-3) \cdot \left(\frac{1}{2}x^4y^2\right)$

44. Να βρείτε τους ακέραιους κ , λ ώστε οι παρακάτω παραστάσεις να είναι μονώνυμα:

α. $3x^4y^{2\kappa-1} - 8x^{\lambda+2}y^3$ β. $-2\alpha\kappa\beta^3 + 5\alpha^{2\kappa-1}\beta^{6-3\lambda}$

45. Να γίνουν οι πράξεις:

α. $2\alpha - 3\beta + 7\alpha - 3\beta$
β. $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 2xy - 3y^2 + 8x^2$
γ. $\alpha^2\beta - 3\alpha\beta + 4\alpha^2\beta + 4\alpha\beta - 3\alpha\beta + 2\alpha^2\beta$
δ. $3x^2y - \frac{1}{2}x^2y - 2x^2y$
ε. $\alpha - 2\beta - [2\alpha - (\beta - 4\gamma)] - 2\alpha$
στ. $3x^2 - [(5x^3 - x) + 4x^2 - (2x^2 + 6)] + (-2x^2 - 5x)$
ζ. $x^2 - (y^2 - xy) + [3y^2 - 3xy - (x^2 + y^2)]$
η. $4\alpha\beta + \alpha(3 - 2\beta) - (5 - \alpha)$
θ. $-3\alpha\beta + (\alpha^2 - 2\beta^2) - [\alpha\beta - (\alpha^2 + \beta^2) - 3\alpha^2] - (2\alpha^2 + \beta^2)$
ι. $8\alpha - (-5\beta) + (-3\alpha) - (-9\alpha) + (-11\beta)$
ια. $-3\alpha^2 + (-2\alpha + 5) - [-(4\alpha^2 - 3\alpha) - 8]$
ιβ. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}x^3y\alpha\right) \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}xy^3\beta^3\right)$
ιγ. $2\alpha(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) - 2\alpha^2\beta$
ιδ. $(-xy^2\omega)^3(xy\omega) : (x^2y^3\omega)$
ιε. $(2x^2 + 8) - (3x^2 - 3)$

ιστ. $-(2x + y) - (-3y + 5x) - 2y$

46. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^2 - 2x + 1$, $B = 2x^2 - 3$, $\Gamma = -x^3 + 5x^2 - 2$. Να βρείτε τα πολυώνυμα **α.** $-2A + B - \Gamma$ και **β.** $A \cdot B$ και στη συνέχεια την αριθμητική τους τιμή για $x = -1$.

47. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = 2x + x^2 + 3$ και $Q(x) = x^2 - 5x - 8$. Να βρείτε τα πολυώνυμα $P(x) + Q(x)$ και $3 \cdot P(x) - 4 \cdot Q(x)$

48. Να γίνουν οι πράξεις:

α. $-3a^2 + (-2a + 5) - [-(4a^2 - 3a) - 8]$

β. $2 [2(x - y) - 3(x - 2y)] - 4 [3(x^2 + y^2) + 7xy - (x^2 - y)]$

γ. $(x + y)(y + z) - (z + \omega)(\omega + x) - (x + z)(y - \omega)$

δ. $2x(x - 2)(3x + 1) - 3x(x + 1)(2x - 3)$

ε. $(a^2 - a + 1) - [(a^2 + a + 2) - (2a + 3) - (a^2 - 4a + 3) + a] - (a^2 - a + 6)$

στ. $(x^2 - x + 1)(x + 1)$

ζ. $3x(x^2 - 1) - 4x^2(x - 2) + 4(x^2 - 1)$

η. $3x(x^2 - 5) - 4x^2(x + 2) + 4x(x^2 - 1)$

θ. $(-a^3 + 5a^2 + a)(-2a^2 + 3a) + (5a - 7a^2)(-3 + 4a - 6a^2 + a^3)$

ι. $-(3\alpha + 2\beta) + (3\beta - \alpha - 4) - (-4 + \beta)$

ια. $-4\alpha[(1 - \alpha^2) - \alpha(\alpha - 2)] + 3\alpha - 2(1 - 3\alpha^2)$

ιβ. $\left(\frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{2} - 5x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{6}{5}x^2\right)$

ιγ. $-5x^2(x^3 - 2x^2 + 4) + (1 - 2x)(-4x^3) - x(x - 1) - 2x$

ιδ. $2\alpha(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) - \beta^3 - (\alpha - \beta)(-3\alpha\beta) - 4\alpha^2\beta$

49. Αν $x = -2$ τότε να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$(2x + 3)(x^2 + x - 1) - (x^2 - 1)(x + 2) - 2x^3$$

