

## ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

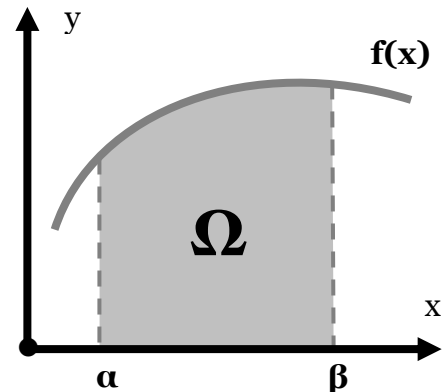
### Εμβαδά

#### 1. Ποια είναι οι βασικές περιπτώσεις υπολογισμού εμβαδών ;

Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός χωρίου  $\Omega$  που ορίζεται από τη γραφική παράσταση  $C_f$  μιας συνάρτησης  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις κατακόρυφες ευθείες  $x = \alpha$ ,  $x = \beta$  ;

Αν η συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  τότε:

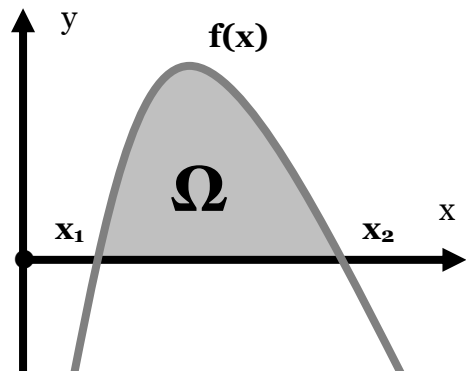
$$E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} |f(x)| dx$$



Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός χωρίου  $\Omega$  που ορίζεται από τη γραφική παράσταση  $C_f$  μιας συνάρτησης  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις κατακόρυφες ευθείες  $x = \alpha$ ,  $x = \beta$  ;

Αν η συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  και  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x) = 0$  (δηλαδή, τα σημεία τομής της  $C_f$  και του άξονα  $x'x$ ) τότε:

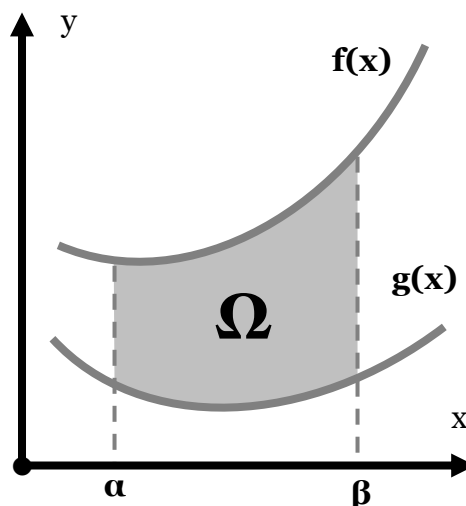
$$E(\Omega) = \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx$$



**Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός χωρίου  $\Omega$  που ορίζεται από τις γραφικές παραστάσεις  $C_f$  και  $C_g$  των συναρτήσεων  $f, g$  και τις κατακόρυφες ευθείες  $x = \alpha, x = \beta$  ;**

Αν η συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  τότε:

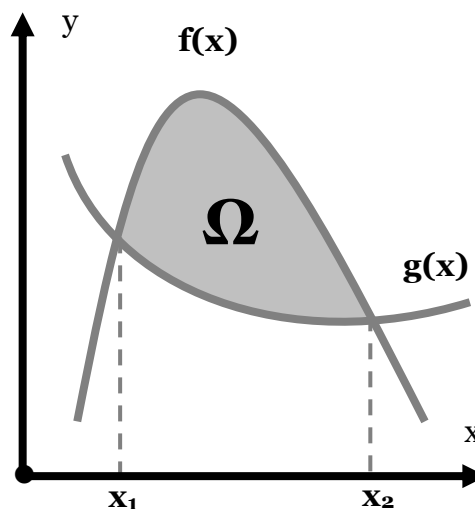
$$E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$$



**Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός χωρίου  $\Omega$  που ορίζεται από τις γραφικές παραστάσεις  $C_f$  και  $C_g$  των συναρτήσεων  $f, g$  ;**

Αν η συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  και  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x) - g(x) = 0$  (δηλαδή, τα σημεία τομής των  $C_f$  και  $C_g$ ) τότε:

$$E(\Omega) = \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx$$



## 2. Τι άλλο πρέπει να γνωρίζω για τα εμβαδά ;

Δεδομένου ότι μελετήσαμε και γνωρίζουμε να υπολογίζουμε ένα τυπικό ολοκλήρωμα, στα εμβαδά χρειάζεται να προσέχουμε ένα και μόνο ένα πράγμα: την απόλυτη τιμή! Δεν ξεχνάμε στιγμή ότι το εμβαδό είναι ένα μέγεθος, το οποίο δε μπορεί ουδέποτε να γίνει αρνητικό. Έμμεσα, επαληθεύεται έτσι - σε κάποιο μικρό βαθμό - και η ορθότητα της απάντησής μας: ένα αρνητικό αποτέλεσμα σε άσκηση εμβαδών, μεταφράζεται υποχρεωτικά σε δικό μας υπολογιστικό σφάλμα.

### 3. Ποιες είναι μερικές βασικές ασκήσεις ;

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ , τις ευθείες  $x = 0$ ,  $x = 2$  και του άξονα των  $x$ .
2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^3 - 3x^2$ , τις ευθείες  $x = -1$ ,  $x = 1$  και του άξονα των  $x$ .
3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x + 1/x$ , την ευθεία  $x = 2$  και των αξόνων  $y$  και  $x$ .
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ , τις ευθείες  $x = 0$ ,  $x = 27$  και του άξονα των  $x$ .
5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 1/\sin^2 x$ , τις ευθείες  $x = 0$ ,  $x = \pi/3$  και του άξονα των  $x$ .
6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x \cdot e^x$ , τους άξονες και την ευθεία  $x = 2$ .
7. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  και τις ευθείες  $x = 0$  και  $x = 1$ .
8. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 - 3x$  και τον άξονα των  $x$ .
9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$  και τον άξονα των  $x$ .
10. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = -x^2$  και τις ευθείες  $x = -1$  και  $x = 1$ .
11. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ ,  $g(x) = x$  και τις ευθείες  $x = 1$  και  $x = e$ .
12. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = x^3$  και  $g(x) = 2x - x^2$ .
13. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 4 - x^2$  και την ευθεία  $x - y - 2 = 0$ .