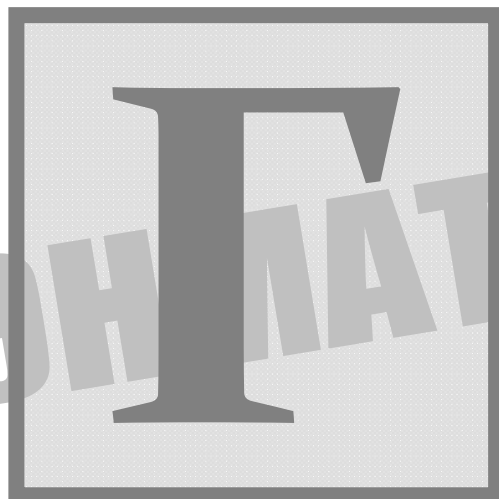


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Μαθηματικά Ι

ΘΕΜΑΤΑ
ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

2000 - 2013

ΕΠΑ.Λ.

Επιμέλεια

ΚΟΛΛΑΣ ΑΝΤΩΝΗΣ

Θέμα εξετάσεων 2000

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \lambda x^3 - x$, όπου λ πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

- α. Να βρείτε την τιμή του λ .
- β. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_0^1 f(x) dx$.

Θέμα εξετάσεων 2002

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \lambda x^3 - x$, όπου λ πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

- α. Να βρείτε την τιμή του λ .
- β. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_0^1 f(x) dx$.

Θέμα εξετάσεων 2009

Θ3. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = -x^2 + 6x + 8$.

Να υπολογίσετε το: $\int_0^3 f(x) dx$.

Θ4. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$, όπου:

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

- α. Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .
- β. Για $\alpha = 1$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = 2$ και $x = 4$, είναι ίσο με: $84 + 2e^4 - 2e^2$ τ.μ.

Θέμα εξετάσεων 2010

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + ax + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $x_0 = 2$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(0, 1)$, τότε:

- α. Να βρείτε τιμές των πραγματικών αριθμών α και β .
- β. Για $\alpha = 6$ και $\beta = 1$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_1^2 f(x) dx$.

Θέμα εξετάσεων 2010**[Εσπερινά]**

Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_0^2 (-x^2 + 2x - 3)dx$.

Θέμα εξετάσεων 2011

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$, με $x \in \mathbb{R}$.

- α.** Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $I = \int_1^3 f'(x)dx$.
- β.** Αν $g(x) = 3x^2 - 12x + 9$, με $x \in \mathbb{R}$, να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g' , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = 0$ και $x = 3$.

Θέμα εξετάσεων 2011**[Εσπερινά]**

Θ3. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, όπου $x > 1$.

α. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$.

β. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_2^3 \frac{-2}{(x-1)^2} dx$.

Θ4. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τυπο:

$$f(x) = x^2 + ax + 5, \text{ όπου } a = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

- α.** Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού a .
- β.** Αν $a = -4$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = 0$ & $x = 2$.

Θέμα εξετάσεων 2012

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω , που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = 0$ και $x = 1$.

Θέμα εξετάσεων 2012**[Εσπερινά]**

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\kappa} & , x < 1 \\ x^2 + \kappa & , x \geq 1 \end{cases}$, όπου κ πραγματικός

αριθμός, διάφορος του 0. Αν $\kappa = 1$, τότε να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_0^2 f(x) dx$.

Θέμα εξετάσεων 2013

Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x) = 3x^2 - 12x$, $x \in \mathbb{R}$ και $h(x) = 6x - 24$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Ω , που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x)$ και $h(x)$.

Θέμα εξετάσεων 2013**[Εσπερινά]**

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = x^3 - 3x + \kappa$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

- α.** Να βρεθεί το κ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να διέρχεται από το σημείο $A(-1, 5)$.
- β.** Αν $\kappa = 3$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_1^3 f''(x) dx$.