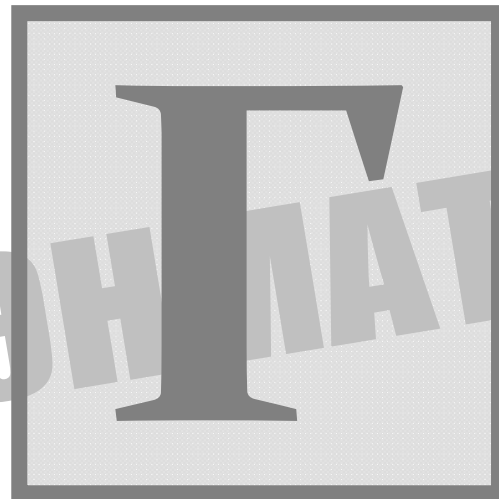


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Μαθηματικά Ι

**ΘΕΜΑΤΑ  
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**2000 - 2013**

ΕΠΑ.Λ.

Επιμέλεια

---

ΚΟΛΛΑΣ ΑΝΤΩΝΗΣ

## **Θέμα εξετάσεων 2000**

Εξετάσαμε 50 μαθητές ως προς τα βιβλία που έχουν διαβάσει και διαπιστώσαμε ότι: 5 μαθητές δεν έχουν διαβάσει κανένα βιβλίο, 15 μαθητές έχουν διαβάσει ένα βιβλίο, 25 μαθητές έχουν διαβάσει δύο βιβλία και 5 μαθητές έχουν διαβάσει τρία βιβλία.

- A.** Να κάνετε πίνακα συχνότητων.
- B.** Να βρείτε την μέση τιμή.
- Γ.** Να κάνετε πίνακα αθροιστικών συχνότητων.
- Δ.** Πόσοι μαθητές έχουν διαβάσει το πολύ δύο βιβλία;

## Θέμα εξετάσεων 2001

Δίνεται ο πίνακας συχνότητων

$X_i$	Συχνότητα $v_i$	$v_i \cdot X_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$	Σχετική συχνότητα %
1	12			
2	15			
3	8			
4	5			
5	10			
<b>Αθροισμα</b>				

- A.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.
- B.** Να βρείτε την μέση τιμή.

Εξετάσαμε 20 οικογένειες ως προς τον αριθμό των παιδιών που έχουν. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

<b>Αριθμός παιδιών (<math>x_i</math>)</b>	<b>Οικογένειες (<math>v_i</math>)</b>
<b>0</b>	3
<b>1</b>	5
<b>2</b>	8
<b>3</b>	3
<b>4</b>	1
<b>Σύνολο</b>	20

- A.** Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- B.** Να βρείτε τη μέση τιμή.
- Γ.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα αθροιστικών συχνοτήτων και να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν λιγότερα από τρία παιδιά.

## Θέμα εξετάσεων 2002

Οι βαθμοί των 11 μαθητών μιας τάξης ενός Τ.Ε.Ε. σε ένα μάθημα είναι:

**12, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17**

Για τα δεδομένα αυτά:

- A.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.
- B.** Να βρείτε την μέση τιμή.
- Γ.** Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Δ.** Να βρείτε την διάμεσο.
- Ε.** Να βρείτε την διακύμανση.

Ρωτήσαμε 50 εργαζόμενους μιας εταιρείας ως προς τις μηνιαίες αποδοχές τους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στις δύο πρώτες στήλες του παρακάτω πίνακα:

Αποδοχές σε Ευρώ ( $x_i$ )	Αριθμός εργαζομένων ( $v_i$ )	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική αθροιστική συχνότητα	$v_i \cdot x_i$
<b>800</b>	6				
<b>900</b>	17				
<b>1000</b>	12				
<b>1100</b>	8				
<b>1200</b>	7				
<b>Αθροίσματα</b>	50				

- A.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τις κενές στήλες.
- B.** Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Γ.** Να βρείτε τη μέση τιμή.

## Θέμα εξετάσεων 2003

Μία μεταβλητή παίρνει τις τιμές:

$$5, 3, 3\omega, 3, 2\omega, 3, 3\omega, \omega \text{ με } \omega > 0$$

- A.** Αν η μέση τιμή τους είναι  $\bar{X} = 4$ , να αποδείξετε ότι  $\omega=2$ .
- B.** Για  $\omega = 2$  να βρείτε:
- α.** Το εύρος των τιμών.
  - β.** Την επικρατούσα τιμή.
  - γ.** Την τυπική απόκλιση.

## Θέμα εξετάσεων 2004

Εξετάσαμε δείγμα 25 οικογενειών μιας πόλης ως προς τον αριθμό των παιδιών τους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός παιδιών $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα $f_i$ (%)
0	4		
1			
2	5		
3	4		
4	3		
5	2		
<b>Αθροίσματα</b>			

- A. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- B. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Γ. Να βρείτε τη διάμεσο.
- Δ. Τι ποσοστό των οικογενειών έχει τρία παιδιά;
- E. Πόσες οικογένειες έχουν μέχρι και δύο παιδιά;



Εξετάσαμε το δείγμα 50 κατοίκων μιας πόλης, ως προς τον αριθμό των πιστωτικών τους καρτών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός πιστωτικών καρτών ( $x_i$ )	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα $f_i$	$v_i \cdot x_i$
<b>0</b>	8			
<b>1</b>	20			
<b>2</b>	11			
<b>3</b>	7			
<b>4</b>	4			
<b>Αθροίσματα</b>	50			

- A.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
- B.** Να βρείτε τη μέση τιμή του δείγματος των 50 κατοίκων.
- Γ.** Πόσοι κάτοικοι έχουν περισσότερες από δύο κάρτες.
- Δ.** Να σχεδιάσετε το κατακόρυφο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

## Θέμα εξετάσεων 2005

Ερωτήθηκαν 50 μαθητές ενός σχολείου για τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν στις διακοπές. Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Τιμές $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική συχνότητα	$x_i \cdot v_i$
0		11	
1		25	
2		42	
3		47	
4		50	
<b>Αθροίσματα</b>			

- A.** Να μεταφέρετε στον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
- B.** Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.
- Γ.** Να βρείτε την διάμεσο των παρατηρήσεων.
- Δ.** Να βρείτε το εύρος των τιμών.

Ο παρακάτω πίνακας μας δίνει τις ώρες χρήσης των κινητών τηλεφώνων 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας για ένα μήνα:

<b>Ώρες <math>x_i</math></b>	<b>Συχνότητα <math>v_i</math></b>	<b>Αθροιστική συχνότητα</b>	<b>Μέσο διαστήματος <math>K_i</math></b>	<b><math>v_i \cdot K_i</math></b>
<b>[0 – 2)</b>	5			
<b>[2 – 4)</b>	10			
<b>[4 – 6)</b>	20			
<b>[6 – 8)</b>	10			
<b>[8 – 10)</b>	5			
<b>Αθροίσματα</b>				

- A.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
- B.** Να βρείτε τη μέση τιμή των ωρών χρήσης των κινητών τηλεφώνων.
- Γ.** Πόσοι υπάλληλοι της εταιρείας χρησιμοποιούν το κινητό τους τηλέφωνο λιγότερο από έξι (6) ώρες το μήνα;
- Δ.** Να βρείτε τη διακύμανση της παραπάνω κατανομής.

## Θέμα εξετάσεων 2006

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλιση τους ( $s$ ) είναι 4, τότε:

- A. Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι  $\bar{X} = 20$ .
- B. Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ .
- Γ. Για την τιμή του  $\alpha$  που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.
- Δ. Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

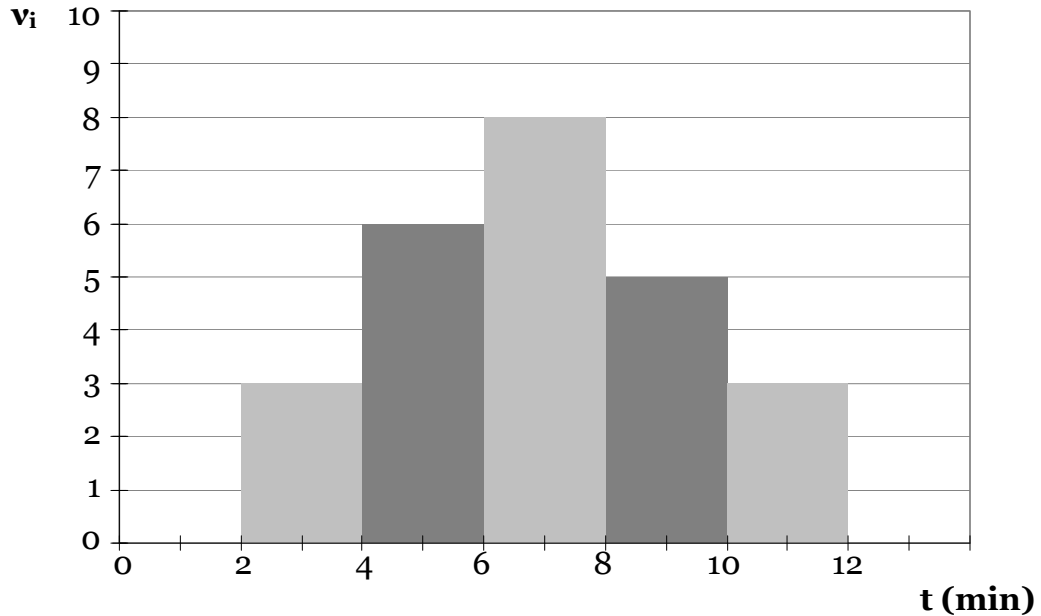
Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα χρόνια υπηρεσίας ενός δείγματος εργαζομένων σε μια εταιρεία.

<b>Χρόνια υπηρεσίας <math>x_i</math></b>	<b>[0 – 10)</b>	<b>[10 – 20)</b>	<b>[20 – 30)</b>	<b>[30 – 40)</b>
<b>Εργαζόμενοι <math>v_i</math></b>	10	$\alpha$	20	5

- A.** Αν ο μέσος χρόνος υπηρεσίας των εργαζομένων του δείγματος είναι  $\bar{X} = 19$  χρόνια, να αποδείξετε ότι  $\alpha = 15$ .
- B.** Για  $\alpha = 15$  να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων ( $v_i$ ), αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων ( $f_i$  %).
- Γ.** Να υπολογίσετε το πλήθος των εργαζομένων του δείγματος που έχουν λιγότερα από 30 χρόνια υπηρεσίας.
- Δ.** Να υπολογίσετε το ποσοστό (%) των εργαζομένων του δείγματος που έχουν τουλάχιστον 20 χρόνια υπηρεσίας.

## Θέμα εξετάσεων 2007

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από τον παρακάτω πίνακα:



- A.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

Διάστημα	Συχνότητα $v_i$	Μέσο διαστήματος $K_i$	$v_i \cdot K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$ (%)	Σχετική αθροιστική συχνότητα (%)
[ 2, 4)					
[ 4, 6)					
[ 6, 8)					
[ 8, 10)					
[ 10, 12)					
<b>Αθροίσματα</b>					

- B.** Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.  
**Γ.** Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;  
**Δ.** Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Εξετάσαμε ένα δείγμα πενήντα (50) μαθητών της Γ' Γυμνασίου ως προς τον αριθμό των ορθογραφικών λαθών που έκαναν σε ένα κείμενο Αρχαίων Ελληνικών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Λάθη ( $x_i$ )	Μαθητές ( $v_i$ )	Σχετική συχνότητα ( $f_i$ %)
2		2ω
5		4ω
6		3ω
8		ω
<b>Αθροίσματα</b>		

- A.** Να αποδείξετε ότι  $\omega = 10$ .
- B.** Για  $\omega = 10$
- Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
  - Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του αριθμού των ορθογραφικών λαθών των μαθητών του δείγματος.
  - Αν στο παραπάνω δείγμα προστεθούν πενήντα (50) μαθητές με μέση τιμή αριθμού ορθογραφικών λαθών έξι (6), να βρείτε τη νέα μέση τιμή του αριθμού των λαθών στο δείγμα των 100 μαθητών.

## Θέμα εξετάσεων 2008

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν:

**8, 14, 20, 12, 16**

- A.** Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή.
- B.** Να προσδιορισθεί η διάμεσος.
- Γ.** Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση.
- Δ.** Να υπολογισθεί το εύρος.
- E.** Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.



Δίνεται ο πίνακας:

$x_i$	$v_i$
1	5
2	10
3	20
4	$2\alpha$
5	5
<b>Αθροίσματα</b>	

με τις τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  και τις αντίστοιχες συχνότητες.

- A.** Να υπολογίσετε το φυσικό αριθμό  $\alpha$  εάν ισχύει ότι η μέση τιμή είναι 3.
- B.** Για  $\alpha = 5$  να υπολογίσετε:
- α.** Τη διάμεσο.
  - β.** Την επικρατούσα τιμή.

## Θέμα εξετάσεων 2009

Ρωτήθηκαν 25 μαθητές μιας τάξης ενός Λυκείου πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βιβλία ( $x_i$ )	Μαθητές $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$ (%)	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα (%)	$x_i \cdot v_i$
1	4				
2					
3	8				
4	7				
Αθροίσματα					

- A. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.
- B. Να υπολογίσετε τη διάμεσο.
- Γ. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.
- Δ. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον δύο (2) βιβλία;

Οι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

$$2, 6, 6 + x, 11, 11, 12 + x$$

όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

- A.** Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να αποδείξετε ότι  $x = 3$ .  
Για  $x = 3$ :
- B.** Να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών.
- Γ.** Να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την επικρατούσα τιμή τους.
- Δ.** Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών.
- Ε.** Να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

(Δίνεται  $\sqrt{17} \approx 4,12$ )

Οι βαθμοί έξι φοιτητών σε ένα μάθημα είναι:

5, 3, 7, 2, 5, 8

Για τα δεδομένα αυτά να υπολογίσετε:

- A.** Το εύρος.
- B.** Τη μέση τιμή.
- Γ.** Τη διάμεσο.
- Δ.** Την επικρατούσα τιμή.
- Ε.** Τη διακύμανση  $s^2$ .

## Θέμα εξετάσεων 2010

Οι ημέρες απουσίας 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας από την εργασία τους, τον περασμένο μήνα, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ημέρες απουσίας $x_i$	Υπάλληλοι $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$ %	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i \cdot v_i$
0	8				
1	10				
2					
3	10				
4	5				
5	2				
<b>Αθροίσματα</b>					

- A.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.
- B.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής  $x$ .
- Γ.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο της μεταβλητής  $x$ .
- Δ.** Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υπαλλήλων που απουσίασαν από 2 έως και 4 ημέρες.

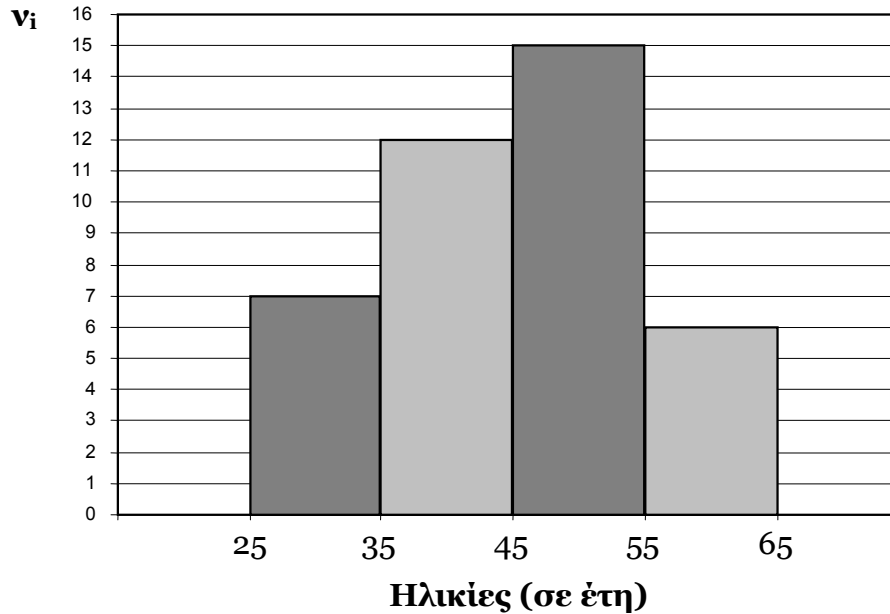
Δίνεται ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων:

$x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$	Αθροιστική Συχνότητα
<b>0</b>	5		
<b>1</b>	$2\alpha$		
<b>2</b>	15		
<b>3</b>	20		
<b>Αθροίσματα</b>	50		

- A.** Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό  $\alpha$ .
- B.** Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε για  $\alpha = 5$ .
- Γ.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή για  $\alpha = 5$ .
- Δ.** Να βρείτε τη διάμεσο για  $\alpha = 5$ .

## Θέμα εξετάσεων 2011

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση:



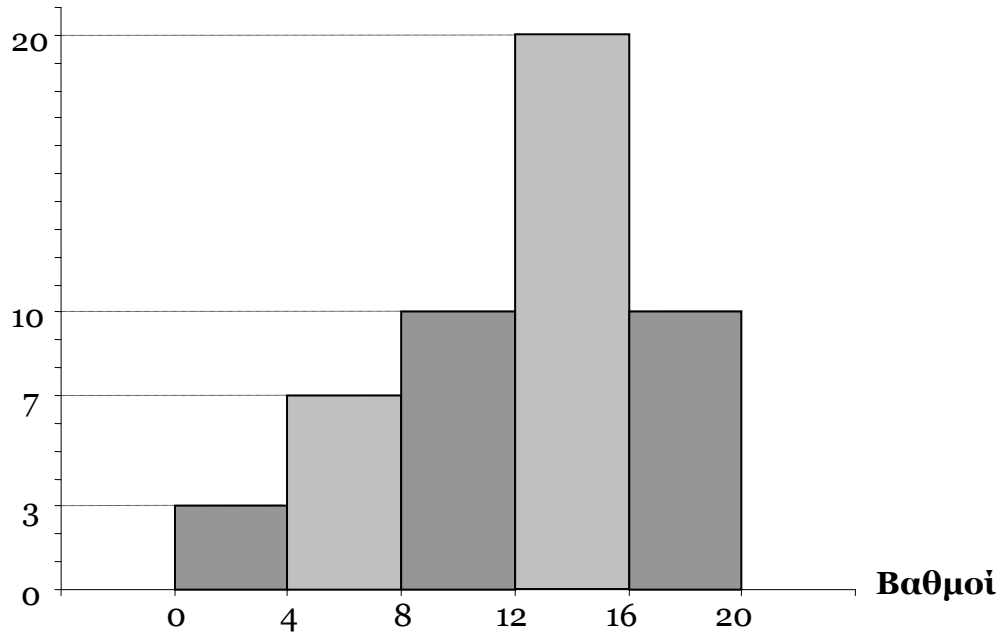
- A.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστογράμμο.

Ηλικίες [ , )	Μέσο διαστήματος $K_i$	Συχνότητα $v_i$	$K_i \cdot v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$ (%)
[ 25, 35)					
[ 35, 45)					
[ 45, 55)					
[ 55, 65)					
Σύνολα					

- B.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.  
**Γ.** Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;  
**Δ.** Τι ποσοστό των εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35 ετών;

Οι βαθμοί στο μάθημα των Μαθηματικών 50 μαθητών σε ένα διαγώνισμα έχουν ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους:  $[0, 4)$ ,  $[4, 8)$ , ... ,  $[16, 20)$ . Η συχνότητα των κλάσεων αυτών φαίνεται στο παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:

**Μαθητές**



- A.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ( $f_i$  %).
- B.** Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των μαθητών.
- Γ.** Τι ποσοστό των μαθητών έχει βαθμό τουλάχιστον 12;
- Δ.** Να μεταφέρετε το ιστόγραμμα στο τετράδιό σας και να δείξετε γραφικά ότι η επικρατούσα τιμή είναι ίση με 14.



## Θέμα εξετάσεων 2012

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος $x_i$	Μαθητές $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα (%) $f_i \%$	$x_i \cdot v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	$\kappa$			
5	$2\kappa + 1$			
<b>Σύνολα</b>	$v = 25$		100	

- A.** Να υπολογίσετε τον αριθμό  $\kappa$ .
- B.** Για  $\kappa = 3$ , να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε, στο τετράδιό σας, τον παραπάνω πίνακα.
- Γ.** Για  $\kappa = 3$ , να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.
- Δ.** Για  $\kappa = 3$ , να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών, που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

Οι βαθμοί 20 φοιτητών, που πέρασαν επιτυχώς τα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, είναι οι παρακάτω:

5, 7, 8, 6, 8, 6, 9, 5, 8, 8, 6, 8, 7, 6, 7, 8, 8, 6, 9, 5

- A.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων, επί τοις εκατό ( $f_i$  %).
- B.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των φοιτητών.
- Γ.** Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Δ.** Να βρείτε τη διάμεσο.
- Ε.** Τι ποσοστό φοιτητών έχει βαθμό τουλάχιστον 8 ;

## Θέμα εξετάσεων 2013

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρείας (σε εκατοντάδες €) :

Μισθός (εκατοντάδες €) $x_i$	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$ %	$x_i \cdot v_i$
6	25		
10	17		
15	6		
20	2		
<b>Σύνολα</b>	$v = \dots$	100	

- A. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.
- B. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των μισθών των υπαλλήλων.
- Γ. Τι ποσοστό των υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000 € ;
- Δ. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  των μισθών των υπαλλήλων της εταιρείας.

Σε ένα ορεινό χωριό μετρήθηκε η μεγαλύτερη ημερήσια θερμοκρασία για οκτώ (8) συνεχείς ημέρες. Οι τιμές των θερμοκρασιών, που καταγράφηκαν είναι οι παρακάτω:

1, 9, 7, 5, 11,  $\alpha$ , 1, -1

- A.** Αν η μέση τιμή των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών είναι  $\bar{x} = 5$ , να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό  $\alpha$ .
- B.** Για  $\alpha = 7$ , να υπολογίσετε τη διάμεσο και το εύρος των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών.
- Γ.** Για  $\alpha = 7$ , να υπολογίσετε διακύμανση και την τυπική απόκλιση των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών.
- Δ.** Για  $\alpha = 7$ , να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) και να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα θερμοκρασιών είναι ομοιογενές.