

Ασκήσεις

Μη ομαδοποιημένες παρατηρήσεις

1. Η χαμηλότερη ημερήσια θερμοκρασία που είχε η Αθήνα το μήνα Μάρτιο ήταν η εξής:

15 14 15 18 17 19 10 16 18 17
16 14 19 15 10 17 18 19 16 15
10 17 18 18 15 14 16 17 10 18

- α. Να παρουσιάσετε τα δεδομένα με έναν πίνακα συχνοτήτων και να βρείτε τις σχετικές συχνότητες, τις αθροιστικές συχνότητες και τις αθροιστικές σχετικές συχνότητες.
- β. Πόσες ημέρες ήταν η θερμοκρασία μικρότερη από 16 .
- γ. Πόσες ημέρες ήταν η θερμοκρασία μεγαλύτερη από 17 .

2. Μετρήσαμε το ύψος 20 μαθητών (σε cm) και πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

170 180 170 185 180 175 165 165 165 175
175 160 180 175 180 165 165 170 185 170

- α. Να παρουσιάσετε τα δεδομένα με έναν πίνακα κατανομής συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων.
- β. Πόσοι μαθητές είχαν ύψος το πολύ 165 cm ;
- γ. Πόσοι μαθητές είχαν ύψος μέχρι 170 cm ;
- δ. Τι ποσοστό των μαθητών είχαν ύψος τουλάχιστον 170 cm, αλλά όχι μεγαλύτερο από 180 cm ;

3. Οι επιδόσεις 50 φοιτητών στο μάθημα της Στατιστικής ήταν:

2 5 3 8 6 7 7 6 8 1
3 0 1 4 9 0 9 7 8 6

6	7	8	9	5	1	4	7	3	9
1	2	3	4	5	4	6	6	4	3
2	8	8	7	7	6	5	5	9	2

- α.** Κατασκευάστε πίνακα με v_i , N_i , $f_i(\%)$, $F_i(\%)$.
- β.** Πόσοι μαθητές έγραψαν το πολύ 5 ;
- γ.** Πόσοι έγραψαν κάτω απο 5 ;
- δ.** Πόσοι έγραψαν τουλάχιστον 5 ;
- ε.** Πόσοι έγραψαν μεταξύ 5 και 7 (συμπεριλαμβανομένων) ;

4. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας :

x_i	v_i	$f_i(\%)$
A	8	20
B	2	
Γ	5	
Δ		25
E		
Σύνολο		

5. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας :

x_i	v_i	$f_i(\%)$
A	10	
B		20
Γ	8	
Δ	6	
E	12	24
ΣΤ		
Σύνολο		

6. Από την εξέταση των 40 μαθητών ενός σχολείου, ως προς την ομάδα αίματος προέκυψε ο διπλάνος πίνακας. Να συμπληρωθεί και κατόπιν να βρεθούν και οι σχετικές αθροιστικές συχνότητες :

Ομάδα αίματος	Μαθητές	Σχετική συχνότητα
O	8	20
A		
B	13	
AB		35
Σύνολο	40	

7. Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων, που δίνει την κατανομή του αριθμού των ημερών απουσίας από την εργασία τους λόγω ασθένειας 50 εργατών, να απαντήσετε στα ερωτήματα που ακολουθούν :

Αριθμός Ημερών	Συχνότητα
0	12
1	8
2	5
3	4
4	5
5	8
6	0
7	5
8	2
9	1

Να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των εργατών που απουσίασαν :

- α.** τουλάχιστον μία ημέρα.
- β.** πάνω από 5 ημέρες.
- γ.** από 3 έως και 5 ημέρες.
- δ.** το πολύ 5 ημέρες.
- ε.** ακριβώς 5 ημέρες.

8. Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στο βάρος (σε kg) 300 συσκευασιών ενός προϊόντος :

Βάρος	Σχετική Συχνότητα
5	0,16
6	0,4
7	0,15
8	0,12
9	0,09
10	0,08

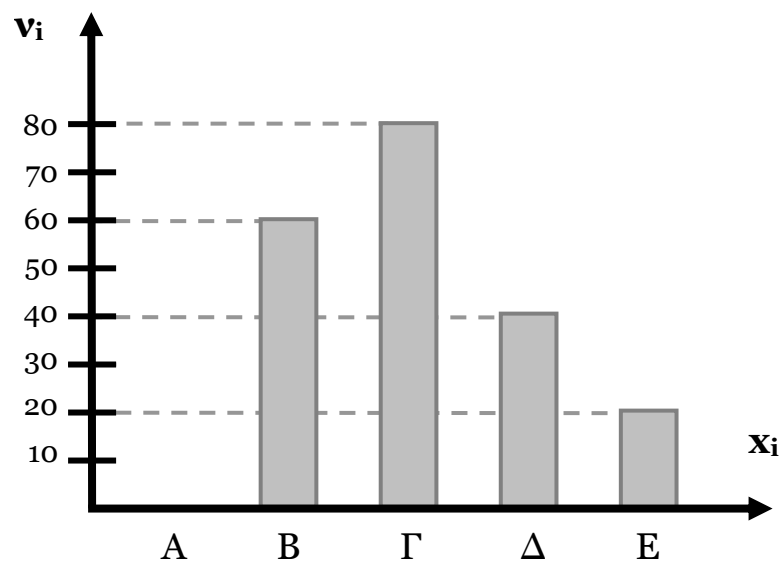
- α.** Πόσες συσκευασίες ζύγιζαν 7 κιλά ;
- β.** Πόσες συσκευασίες ζύγιζαν περισσότερο από 7 κιλά ;
- γ.** Πόσες συσκευασίες ζύγιζαν μέχρι 7 κιλά ;
- δ.** Πόσες συσκευασίες ζύγιζαν 7 ή 8 κιλά ;
- ε.** Να συμπληρωθεί ο πίνακας με την αθροιστική συχνότητα, καθώς και την επί τοις εκατό αθροιστική σχετική συχνότητα.
- στ.** Να κατασκευάσετε διάγραμμα συχνοτήτων.

9. Η κατανομή των αθροιστικών συχνοτήτων N_i μιας μεταβλητής X είναι:

x_i	N_i
15	8
16	12
17	15
18	32
19	40
20	50

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις v_i , f_i , $f_i \%$, F_i και $F_i \%$.
- β. Τι ποσοστό παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα από 16 έως και 19 ;
- γ. Τι ποσοστό παρατηρήσεων είναι το πολύ 17 ;
- δ. Τι ποσοστό παρατηρήσεων είναι μικρότερο από 18 ;
- ε. Πόσες παρατηρήσεις είναι τουλάχιστον 19 ;
- στ. Να κατασκευάσετε διάγραμμα και πολύγωνο N_i και $f_i \%$.

10.



Με τη βοήθεια του προηγούμενου ραβδογράμματος, να κατασκευάσετε και να συμπληρώσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων. Στη συνέχεια, να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα, το οποίο αντιστοιχεί στον προηγούμενο πίνακα.

- 11.** Σε μια έρευνα, μετρήθηκε η αύξηση του βάρους (σε κιλά) 25 υπαλλήλων μιας βιοτεχνίας ζαχαροπλαστικής, από τη μέρα που ξεκίνησαν να εργάζονται σε αυτή. Καταγράφηκαν τα παρακάτω στρογγυλοποιημένα αποτελέσματα :

$2, 2, 6, 3, -3, 2, 3, 3, 6, 0, 8, 3, -5, -3, 0,$
 $-5, 3, 2, -3, 2, 6, 0, 3, 8, 10$

- α.** Να ταξινομήσετε τα δεδομένα σε πίνακα συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων (%), καθώς και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- β.** Να κατασκευάσετε τα αντίστοιχα διαγράμματα της αθροιστικής και της σχετικής συχνότητας (%).
- γ.** Να υπολογίσετε τη γωνία (σε μοίρες) του κυκλικού διαγράμματος, η οποία θα αντιστοιχούσε σε αύξηση βάρους 2 κιλών.
- δ.** Πόσοι υπάλληλοι πήραν λιγότερα από 3 κιλά;
- ε.** Πόσοι υπάλληλοι πήραν τουλάχιστον 2 κιλά;
- στ.** Τι ποσοστό των υπαλλήλων αδυνάτισε;
- ζ.** Τι ποσοστό των υπαλλήλων πήρε περισσότερα από 3 κιλά, αλλά το πολύ 8;

- 12.** Επιλέξαμε τυχαία 60 τεμάχια, από μια γραμμή παραγωγής, και τα ελέγξαμε ως προς τον αριθμό των μικρο-ελαττωμάτων, που παρουσίαζαν (από 0 - 6). Καταλήξαμε στις παρακάτω συχνότητες v_i :

$10, κ, 2κ + 1, 13, 8, 4$

Να υπολογίσετε το φυσικό αριθμό $κ$.

- 13.** Έστω ένα δείγμα μεγέθους n και μια μεταβλήτη X επ' αυτού, η οποία δέχεται τιμές x_1, x_2, x_3, x_4 . Αν οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες είναι:

$$f_1 = \frac{\lambda}{8}, \quad f_2 = \frac{2-\lambda}{8}, \quad f_3 = \frac{1+\lambda}{8}, \quad f_4 = \frac{3+\lambda^2}{8}$$

- α.** Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό λ .
- β.** Αν η τιμή x_3 έχει συχνότητα $v_3 = 5$, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

- 14.** Έστω οι τιμές A, B, Γ, Δ, E από ένα δείγμα 46 παρατηρήσεων και a η συχνότητα της πρώτης τιμής. Αν η συχνότητα της τιμής B είναι η μισή, της Γ τριπλάσια, της Δ αυξημένη κατά 5 και της τελευταίας ακριβώς ίδια με της πρώτης, τότε να υπολογίσετε τον αριθμό a . Κατόπιν, να φτιάξετε πίνακα συχνοτήτων και ραβδόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.

- 15.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των εκλογών ενός πολιτιστικού Συλλόγου. Από τους τέσσερις υποψήφιους για τη θέση του Προέδρου :

- ο A συγκέντρωσε το 20% των ψήφων
- ο B συγκέντρωσε διπλάσιο αριθμό ψήφων από τον Δ και
- η γωνία του κυκλικού διαγράμματος, που αντιστοιχεί στον υποψήφιο Γ είναι 126°

Αν ο Σύλλογος αποτελείται από 200 μέλη (και ψήφισαν άπαντες), τότε:

- α.** Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα, καθώς και το αντίστοιχο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- β.** Πόσες ψήφους συγκέντρωσε κάθε υποψήφιος ;

- 16.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα, παριστάνεται η γνώμη 450 ερωτηθέντων, για την ποιότητα ενός προϊόντος. Οι απαντήσεις κατανέμονται σε τέσσερις κατηγορίες: «Κακή», «Μέτρια», «Καλή» και «Πολύ Καλή». Το 30% των ερωτηθέντων απάντησε «Καλή». Η γωνία του κυκλικού διαγράμματος, για την απάντηση «Μέτρια» είναι 144° . Οι ερωτηθέντες που απάντησαν «Κακή» είναι διπλάσιοι, από εκείνους που απάντησαν «Πολύ Καλή». Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

- 17.** Ρίχνουμε δυο ζάρια 30 φορές. Το άθροισμα των ενδείξεων κάθε ρίψης, σημειώνεται παρακάτω:

7	7	12	12	12	6	10	11	4	9
5	3	2	11	6	4	10	9	6	8
10	4	3	9	5	4	8	8	5	7

- α.** Κατασκευάστε πίνακα απόλυτων, σχετικών και αθροιστικών συχνοτήτων.
- β.** Κατασκευάστε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- γ.** Αν κερδίζουν τα ζυγά, τι ποσοστό των ρίψεων ήταν επικερδείς ;
- δ.** Αν θεωρηθεί νικηφόρο το 47 % των μεγαλύτερων ρίψεων, τι άθροισμα και πάνω χρειάζεται να φέρει κανείς, ώστε να κερδίσει ;

- 18.** Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων :

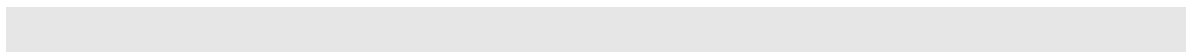
x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$
A					10
B	4	0,20	6		
Γ				0,60	
Δ					25
E	2				
Z					
Σύνολο					

19. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες :

x_i	v_i	$f_i (\%)$	N_i	$F_i (\%)$
10	3	7,5		
20			9	
30				37,5
40	11			
50			35	
60		7,5		
70				
Σύνολο				

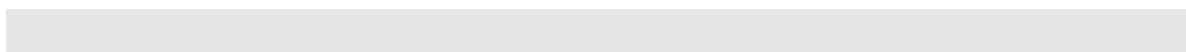
x_i	v_i	$f_i (\%)$	N_i	$F_i (\%)$
x_1				
x_2	100		150	
x_3				67,5
x_4		10		
x_5			400	
Σύνολο				

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$
A					10
B	4	0,20	6		
Γ				0,60	
Δ					25
E	2				
Z					
Συνολο					



20. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

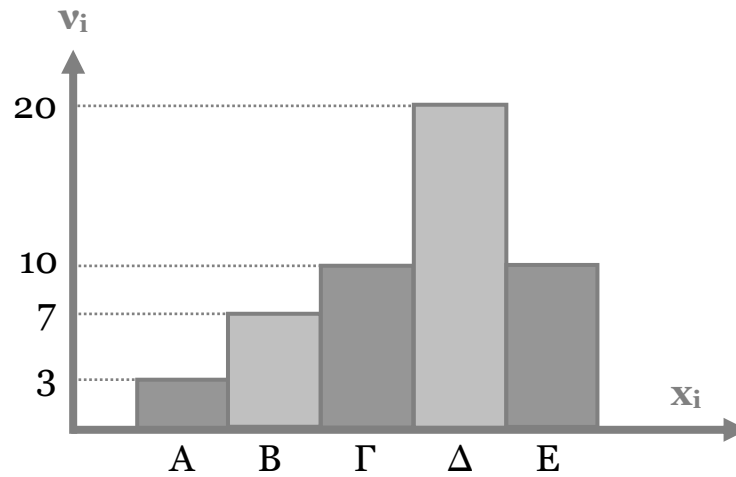
x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$	$F_i \%$
1	5	0,1				
2						
3	20		40			
4						
Συνολο						



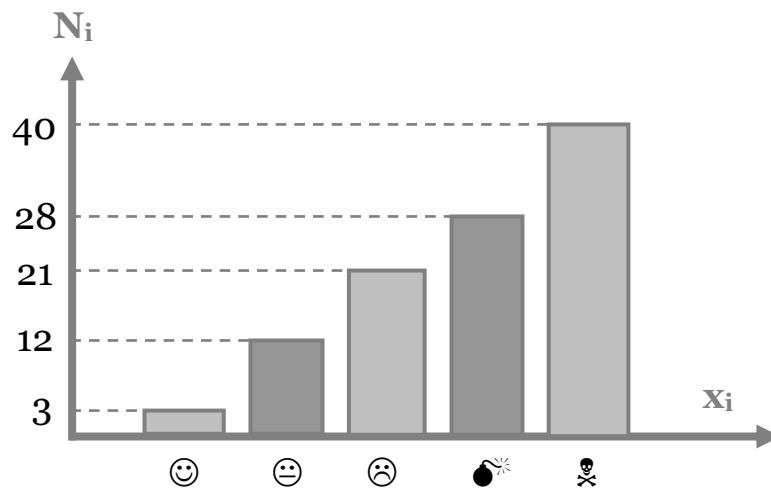
21. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$	$F_i \%$
1						
2		0,15				
3	7			0,55		
4						
5	4				20	
Συνολο						

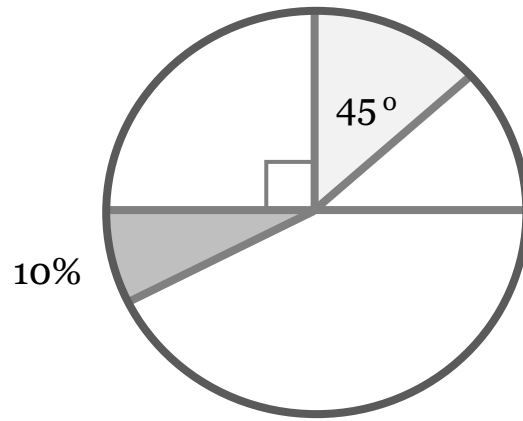
- 22.** Με τη βοήθεια του παρακάτω ραβδογράμματος, να φτιάξετε και να συμπληρώσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων.



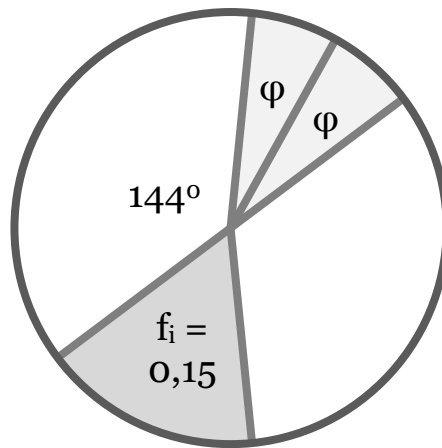
- 23.** Με τη βοήθεια του παρακάτω ραβδογράμματος αθροιστικών συχνοτήτων, να φτιάξετε και να συμπληρώσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων.



- 24.** Με τη βοήθεια του κυκλικού διαγράμματος, που δίνεται, να κατασκευάσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων.



25. Από ένα δείγμα 500 ατόμων, που ερωτήθηκαν για ο,τιδήποτε, πήραμε το ακόλουθο κυκλικό διάγραμμα:



- α. Να υπολογίσετε τη γωνία φ .
- β. Να κατασκευάσετε πίνακα σχετικών συχνοτήτων.
- γ. Να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

Ομαδοποιημένες παρατηρήσεις

26. Οι 30 μαθητές μιάς τάξης Λυκείου έχουν τα παρακάτω αναστήματα (σε cm) :

177 , 181 , 183 , 187 , 192 , 194 , 171 , 180 , 190 , 192 , 179 ,
182 , 184 , 187 , 191 , 193 , 195 , 190 , 186 , 183 , 179 , 176 ,
178 , 180 , 183 , 186 , 185 , 191 , 187 , 178

- α.** Να οργανώσετε τα δεδομένα σε 5 κλάσεις.
- β.** Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων (v_i), σχετικών συχνοτήτων (f_i), αθροιστικών συχνοτήτων (N_i) και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων (F_i).
- γ.** Να κατασκευάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

- 27.** Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τη βαθμολογία 50 υποψηφίων σπουδαστών ενός λυκείου, κατά τις γενικές εξετάσεις, στο μάθημα των μαθηματικών (άριστα το 80).

6 , 33 , 38 , 18 , 47 , 41 , 28 , 51 , 51 , 80 , 5 , 35 , 41 , 20 , 46 ,
58 , 29 , 49 , 50 , 52 , 2 , 35 , 42 , 21 , 46 , 57 , 24 , 39 , 40 ,
69 , 11 , 38 , 43 , 25 , 59 , 58 , 31 , 49 , 48 , 68 , 15 , 37 , 48 ,
21 , 61 , 72 , 32 , 62 , 68 , 65

- α.** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε οκτώ ομάδες ίσου πλάτους.
- β.** Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων (v_i), σχετικών συχνοτήτων (f_i), αθροιστικών συχνοτήτων (N_i) και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων (F_i).
- γ.** Τέλος να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων καθώς και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

- 28.** Καταγράψαμε το βάρος 60 μαθητών μιας τάξης Λυκείου και προέκυψαν τα δεδομένα (σε κιλά).

62 , 72 , 82 , 84 , 70 , 68 , 66 , 64 , 63 , 62 , 61 , 60 , 74 , 77 ,
75 , 73 , 72 , 71 , 69 , 80 , 64 , 68 , 72 , 80 , 73 , 70 , 71 , 79 ,

85 , 83 , 69 , 74 , 82 , 79 , 80, 81 , 69 , 78 , 71 , 76 , 81 , 83 ,
73 , 76 , 77 , 79 , 83 , 67 , 60 , 64 , 63 , 65 , 67 , 69 , 80 , 81 ,
85 , 68 , 63 , 69

- α.** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κλάσεις πλάτους 5.
- β.** Να φτιάξετε πίνακα συχνοτήτων (v_i), σχετικών συχνοτήτων (f_i), αθροιστικών συχνοτήτων (N_i) και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων (F_i).
- γ.** Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων καθώς και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

29. Οι παρακάτω μετρήσεις παριστάνουν τους χρόνους ομιλίας (σε λεπτά) 50 συνδρομητών μια τηλεφωνικής εταιρείας:

11 , 12 , 5 , 7 , 10 , 10 , 7 , 5 , 28 , 0 , 2 , 2 , 2 , 6 , 12 , 12 , 6 , 15 ,
16 , 3 , 3 , 18 , 19 , 5 , 20 , 21 , 5 , 5 , 7 , 8 , 9 , 5 , 6 , 16 , 21 , 22,
17 , 7 , 10 , 15 , 15 , 10 , 13 , 13 , 14 , 14 , 20 , 3 , 3 , 21

- α.** Να ταξινομήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε 6 κλάσεις, ίσου πλάτους, των οποίων να υπολογίσετε και τα αντίστοιχα κέντρα.
- β.** Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, καθώς κι εκείνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων. Σε κάθε περίπτωση, να σχεδιάσετε και το αντίστοιχο πολύγωνο συχνοτήτων.
- γ.** Πόσοι συνδρομητές μίλησαν το λιγότερο 10 λεπτά;
- δ.** Τι ποσοστό των συνδρομητών μίλησε λιγότερο από 15 λεπτά;

30. Παρακάτω δίνονται τα αποτελέσματα της μέτρησης του βάρους 25 νεογέννητων (σε gr) :

4070 , 4100 , 2800 , 2850 , 3350 , 2000 , 3200 , 3100 ,
3450 , 3850 , 2700 , 2500 , 3040 , 4200 , 2600 , 2950 ,
2850 , 3150 , 3550 , 3540 , 2050 , 1900 , 3470 , 3300 ,
2800

- α.** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους.
- β.** Να κατασκευάσετε πίνακα απόλυτων, αθροιστικών και σχετικών συχνοτήτων.
- γ.** Να κατασκευάσετε τα ιστογράμματα των απόλυτων και των αθροιστικών συχνοτήτων, καθώς και τα αντίστοιχα πολύγωνα.

31. Παρακάτω δίνονται οι ηλικίες 25 υπαλλήλων, ενός μεγάλου Supermarket :

49 , 32 , 41 , 37 , 47 , 36 , 34 , 42 , 39 , 44 , 37 , 47 , 52 , 45 , 43 ,
41 , 37 , 56 , 32 , 33 , 31 , 50 , 55 , 40 , 39

- α.** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε 6 κλάσεις ίσου πλάτους.
- β.** Να κατασκευάσετε πίνακα απόλυτων, αθροιστικών και σχετικών συχνοτήτων.
- γ.** Να κατασκευάσετε τα ιστογράμματα των απόλυτων και των αθροιστικών συχνοτήτων, καθώς και τα αντίστοιχα πολύγωνα.

32. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων των ορθογραφικών λαθών, στα γραπτά της έκθεσης, σε ένα Λύκειο Α όπου φοιτούν 150 μαθητές και σε ένα Λύκειο Β όπου φοιτούν 200 μαθητές.

Αριθμός λαθών	Λύκειο Α	Λύκειο Β
[0 , 5)	21	18
[5 , 10)	38	42
[10 , 15)	50	60
[15 , 20)	27	54
[20 , 25)	11	20
[25 , 30)	3	6
Σύνολο	150	200

- α. Να συγκρίνετε τα ποσοστά των μαθητών, από τα δύο Λύκεια, που έχουν αριθμό ορθογραφικών λαθών περισσότερων ή ίσων των 15.
- β. Να κατασκευάσετε τα πολύγωνα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, πάνω στο ίδιο σύστημα αξόνων.

- 33.** Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων της διάρκειας εξυπηρέτησης (σε min) 100 πελατών, σε ένα τηλεφωνικό κέντρο μιας εταιρείας Α και 150 πελατών μιας εταιρείας Β.

Διάρκεια εξυπηρέτησης	Εταιρεία Α	Εταιρεία Β
[0 , 2)	30	60
[2 , 4)	35	45
[4 , 6)	20	27
[6 , 8)	15	18

- α. Να κατασκευάσετε, για κάθε εταιρεία, τον πίνακα $f_i \%$ και $F_i \%$.

- β.** Να συγκρίνετε τα ποσοστά των τηλεφωνημάτων, ανάμεσα στις δύο εταιρείες, των οποίων η διάρκεια ήταν τουλάχιστον 4 λεπτά.
- γ.** Να κατασκευάσετε τα πολύγωνα συχνοτήτων στο ίδιο σύστημα αξόνων.

34. Οι βεβαιωθέντες θάνατοι από χρήση ναρκωτικών ουσιών στη χώρα μας, κατά τη 11ετία 2000-2010, ήταν αντίστοιχα:

- για ηλικίες έως και 20 ετών :
51 , 46 , 28 , 13 , 15 , 15 , 7 , 6 , 7 , 2 , 5
- για ηλικίες από 21 έως και 30 ετών :
130 , 158 , 140 , 118 , 133 , 179 , 139 , 99 , 57 , 23 , 36
- για ηλικίες από 31 ετών και μεγαλύτερες :
123 , 117 , 91 , 86 , 107 , 131 , 107 , 101 , 79 , 38 , 67

Να παρασταθούν τα δεδομένα σε μορφή πίνακα συχνοτήτων.

35. Σε μια έρευνα πειραματικής φαρμακευτικής αγωγής, συμμετέχουν 50 ασθενείς μιας κλινικής. Παρακάτω, δίνονται οι δόσεις (σε mg) οι οποίες χορηγήθηκαν σε καθέναν από αυτούς:

120 , 350 , 190 , 450 , 290 , 180 , 420 , 560 , 270 , 420 ,
220 , 220 , 160 , 240 , 450 , 260 , 350 , 330 , 180 , 550 ,
480 , 120 , 350 , 530 , 580 , 280 , 250 , 440 , 380 , 230 ,
580 , 360 , 120 , 230 , 380 , 110 , 260 , 190 , 480 , 150 ,
280 , 460 , 250 , 150 , 350 , 150 , 360 , 240 , 280 , 550

- α.** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κλάσεις πλάτους 100.
- β.** Να κατασκευάσετε πίνακα n_i , N_i , f_i , F_i .
- γ.** Να κατασκευάσετε ιστόγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων.

- δ.** Να κατασκευάσετε ιστόγραμμα και πολύγωνο αθροιστικών σχεδτικών συχνοτήτων.
- ε.** Σε τι ποσοστό των ασθενών χορηγείται δόση τουλάχιστον 300 mg ;
- στ.** Είναι γνωστό, από προηγούμενα ερευνητικά εγχειρήματα, ότι το ανώτερο 40% των ασθενών (εκείνο δηλαδή που δέχεται ισχυρότερες δόσεις) είναι πιθανό να παρουσιάσουν από σοβαρές έως πολύ σοβαρές παρενέργειες. Με τη βοήθεια του ιστογράμματος του ερωτήματος (δ), να υπολογίσετε τον αναμενόμενο αριθμό ασθενών, οι οποίοι θα παρουσιάσουν τέτοιες παρενέργειες, στην έρευνα που εξετάζουμε.

- 36. α.** Αν γνωρίζετε ότι οι παρακάτω κλάσεις είναι ίσου πλάτους, τότε να υπολογίσετε τον ακέραιο αριθμό a και, στη συνέχεια, τα άκρα όλων των κλάσεων.
- β.** Να συμπληρώσετε τον πίνακα, αν επιπλέον γνωρίζετε για τον αριθμό k ότι είναι θετικός ακέραιος.

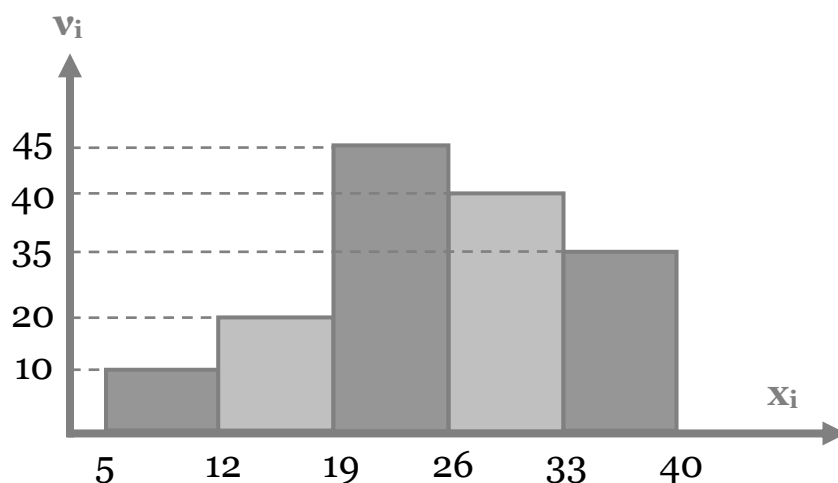
	X_i	V_i
$[10 , a)$		k^2
$[a , 3a - 35)$		$3k$
$[\dots , \dots)$		$2(k + 3)$
$[\dots , \dots)$		5
Συνολο		25

- 37.** Δίνεται ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων, ο οποίος αναφέρεται στον αριθμό αδικαιολόγητων απουσιών, 200 μαθητών ενός Λυκείου, καθώς η χρονιά πλησιάζει στο τέλος της.

	x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i \%$	$F_i \%$
$[0, \alpha - 5)$		24				
$[\dots, 25 - \alpha)$		66				
$[\dots, \dots)$		β				
$[\dots, \dots)$		$\beta - 13$				
$[\dots, \dots)$		34				
Συνολο						

- α.** Αν γνωρίζετε ότι οι κλάσεις είναι ίσου πλάτους, να βρεθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$.
- β.** Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό β .
Αν $\alpha = 15$ και $\beta = 45$ τότε :
- γ.** Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- δ.** Πόσοι μαθητές έχουν λιγότερες από 20 απουσίες ;
- ε.** Αν η σχολική Διεύθυνση υποχρεούται να ενημερώσει τηλεφωνικά τους κηδεμόνες των μαθητών, που έχουν συσσωρεύσει τουλάχιστον 40 αδικαιολόγητες απουσίες, τι ποσοστό των μαθητών θα ειδοποιηθεί ;

38.



Με τη βοήθεια του προηγούμενου ιστογράμματος, να κατασκευάσετε και να συμπληρώσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων.

Μέτρα θέσης

39. Ρωτήσαμε, τυχαία, 10 πελάτες ενός βιβλιοπωλείου, ως προς το πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν τη χρονιά που πέρασε και πήραμε τις παρακάτω απαντήσεις:

1, 0, 2, 1, 1, 4, 2, 3, 5, 3

- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή με χρήση του κατάλληλου τύπου, χωρίς να ταξινομήσετε τα δεδομένα σε πίνακα συχνοτήτων.
- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή με χρήση του κατάλληλου τύπου, αφού ταξινομήσετε τα δεδομένα σε πίνακα συχνοτήτων.
- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή με την προσθήκη κατάλληλης στήλης, στον πίνακα συχνοτήτων.
- Να υπολογίσετε τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή του δείγματος.

40. Δίνεται ο παρακάτω στατιστικός πίνακας:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$
1					10
2	4	0,20	6		
3				0,60	
4					25
5	2				
6					
Συνολο					

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- β. Ποια είναι η επικρατούσα τιμή και η διάμεσος;

41. Δίνεται ο παρακάτω στατιστικός πίνακας:

x_i	v_i	$f_i \%$
2	10	
3		20
5	8	
6	6	
8	12	24
10		
Σύνολο		

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- β. Να βρείτε την μέση τιμή.
- γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- δ. Να βρείτε την διάμεσο.

42. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας και μετά να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή και την διάμεσο:

x_i	v_i	$f_i \%$
0	8	
5	10	20
10		20
15	4	
20	6	
25		
Σύνολο		

- 43.** Με τη βοήθεια του παρακάτω πίνακα συχνοτήτων, να υπολογίσετε Μέση Τιμή, Διάμεσο και Επικρατούσα Τιμή του δείγματος.

	x_i	v_i
[10, 16)	13	9
[16, 22)	19	11
[22, 28)	25	13
[28, 34)	31	5
[34, 40)	37	2
Σύνολο		40

- 44.** Να υπολογίσετε τους φυσικούς αριθμούς α και β , σε κάθε περίπτωση (τα ερωτήματα δε συνδέονται, μεταξύ τους) :

- α.** Αν η μέση τιμή των παρακάτω δεδομένων είναι 8 .

$$8, 2, 6, 2, 8, \alpha + 6, 12, 8, 8, 3\alpha, 12, 6, 6$$

- β.** Αν η διάμεσος των παρακάτω ταξινομημένων μετρήσεων είναι 15 .

$$1, 1, 9, 10, \alpha, 17, 20, 20, 23, 30$$

- γ.** Αν η διάμεσος των παρακάτω ταξινομημένων μετρήσεων είναι 7 .

$$1, 1, 2, 2, 2, \frac{4\alpha - 15}{3}, 10, 11, 11, 13, 18$$

- δ.** Αν η επικρατούσα τιμή των παρακάτω δεδομένων είναι 16, η διάμεσος 17,5 και ισχύει $\alpha < \beta$.

20, β , 24, 10, 16, α , 16, 20, 25, 10

- ε. Αν στον παρακάτω πίνακα υπάρχουν δύο επικρατούσες τιμές και η μέση τιμή ισούται με 13 .

x_i	v_i
5	7
10	12
15	α
20	$\alpha - \beta$
25	1
Σύνολο	40

45. Σε μια επιχείρηση, ο μέσος μηνιαίος μισθός των 9 υπαλλήλων, ενός τμήματος, είναι 850 € .
- α. Αν προσληφθεί ένας ακόμη υπάλληλος με μισθό 650 € , ποιος θα είναι τότε ο μέσος μηνιαίος μισθός ;
 - β. Μετά την πρόσληψη ενός ακόμα υπαλλήλου ο μέσος μηνιαίος μισθός ανέρχεται στα 860 € . Ποιος είναι ο μισθός του;
 - γ. Για λογιστικούς λόγους, η επιχείρηση θα πρέπει να κρατήσει το μέσο μηνιαίο μισθό το πολύ έως 880 € . Πόσο χρήματα μπορεί να δώσει, το πολύ, σε ένα νέο εργαζόμενο;
 - δ. Αν στο μέσο μηνιαίο μισθό των βασικών 9 υπαλλήλων, συμπεριλάβουμε και το μισθό τριών διευθυντικών στελεχών, τότε ο μέσος μισθός ανέρχεται στα 1100 € . Ποιος είναι, τότε, ο μέσος μηνιαίος μισθός των διευθυντών;

46. Η Μέση Τιμή 25 παρατηρήσεων είναι 80. Αν από αυτές οι 2 μειώνονται κατά 8 και οι 3 αυξάνονται κατά 12 , τότε να βρεθεί η νέα Μέση Τιμή .

47. Η Μέση Τιμή 20 παρατηρήσεων είναι 40. Ποια θα είναι η νέα Μέση Τιμή αν οι παρατηρήσεις :

α. αυξηθούν κατά 10% ;

β. μειωθούν κατά 10% ;

48. Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές:

$$2 + \omega, 9, 2\omega, 5, 8, \omega, 6$$

α. Αν η μέση τιμή ισούται με 6 να βρείτε το ω .

β. Ποιά είναι η επικρατούσα τιμή και ποιά η διάμεσος;

49. Μιά ποσοτική μεταβλητή με τιμές x_1, x_2, x_3, x_4 έχει σχετικές συχνότητες

$$f_1= 0,15 \quad f_2= 0,35 \quad f_3= 0,2$$

α. Αν οι παρατηρήσεις ήταν 200:

i. κατασκευάστε πίνακα συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων.

ii. κατασκευάστε διάγραμμα συχνοτήτων.

β. Υπολογίστε την επικρατούσα τιμή και την διάμεσο.

50. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

	x_i	v_i	f_i	N_i
[0 - 10)		8		
[10 - 20)				20
...	25		0,2	
[30 - 40)				
[40 - 50)		6		
Σύνολο		50		

- α.** Να βρείτε την επικρατούσα κλάση.
- β.** Να βρείτε την μέση τιμή.
- γ.** Κατασκευάστε ιστόγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων.
- δ.** Κατασκευάστε ιστόγραμμα και πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- ε.** Βρείτε την επικρατούσα τιμή και την διάμεσο.

51. Δίνεται ο παρακάτω ελλιπής πίνακας:

	v_i	$f_i \%$
[0-6)		14
[6-12)	11	22
[12-18)	15	
[18-24)		18
[24-30)		

- α.** Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- β.** Να βρεθεί η μέση τιμή.
- γ.** Να γίνει το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- δ.** Να βρεθεί η διάμεσος.

52. Στον παρακάτω πίνακα, να βρείτε την συχνότητα του x_3 αν (ξεχωριστές περιπτώσεις) :

α. Υπάρχουν δύο επικρατέστερες τιμές.

β. Η μέση τιμή είναι 3,5 . Στην περίπτωση αυτή να βρείτε και την διάμεσο.

x_i	v_i
2	6
3	5
4	...
5	3
6	2

53. Στο παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές μιάς μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητες τους. Η πέμπτη συχνότητα χάθηκε. Να τη βρείτε εάν γνωρίζεται ότι:

x_i	v_i
2	1
3	3
4	1
5	2
6	...
7	1

α. η μέση τιμή είναι 4,4

β. η διάμεσος είναι το 4,5

γ. υπάρχουν δύο επικρατούσες τιμές.

Σημείωση : τα υποερωτήματα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

54. Οι 40 μαθητές μίας τάξης Λυκείου έχουν τα παρακάτω αναστήματα (σε cm):

177 , 181 , 183 , 187 , 192 , 194 , 171 , 180 , 190 , 192 , 179 , 182 ,
184 , 187 , 191 , 193 , 194 , 190 , 186 , 183 , 179 , 176 , 178 , 180 ,
183 , 186 , 185 , 191 , 187 , 178 , 170 , 176 , 177 , 181 , 174 , 192 ,
194 , 178 , 188 , 193

α. Να οργανώσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις και να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

β. Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

γ. Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

55. Η βαθμολογία 50 μαθητών μίας τάξης δίνεται περιγραφικά ως εξής:

- 5 μαθητές πήραν βαθμό απο 10 έως 12
- 15 μαθητές πήραν βαθμό απο 12 έως 14
- 10 μαθητές πήραν βαθμό απο 14 έως 16
- 15 μαθητές πήραν βαθμό απο 16 έως 18
- 5 μαθητές πήραν βαθμό απο 18 έως 20

α. Να γίνει πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

γ. Κατασκευάστε ιστόγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων.

δ. Να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο

56. Δίνεται ο παρακάτω στατιστικός πίνακας:

x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$
10				
20	100		150	
30				67,5
40		10		
50			400	
Σύνολο				

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- β. Να βρεθούν οι παράμετροι θέσης.

57. Απο την εξέταση των 50 μαθητών ενός δημοτικού σχολείου, ως προς την ομάδα αίματος προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

Ομάδα αίματος	Μαθητές v_i	Αθρ.συχν. N_i
O	8	
A		
B	13	39
AB		
Σύνολο		

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- β. Να βρείτε τις σχετικές συχνότητες, καθώς και τις αντίστοιχες γωνίες του κυκλικού διαγράμματος.
- γ. Αν θέσουμε: $O = 1$, $A = 2$, $B = 3$, $AB = 4$ να βρείτε την επικρατούσα τιμή, την διάμεσο, το εύρος και την μέση τιμή.

- 58.** Ρωτήσαμε 25 καταστήματα πόσους υπαλλήλους απασχολούν και πήραμε τις εξής απαντήσεις:
- 9 καταστήματα απασχολούν 1 υπάλληλο
 - 8 καταστήματα απασχολούν 2 υπαλλήλους
 - 7 καταστήματα απασχολούν 3 υπαλλήλους
 - 1 κατάστημα απασχολεί 4 υπαλλήλους
- α.** Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων για την μεταβλητή «πλήθος υπαλλήλων καταστήματος» .
- β.** Ποιά η επικρατούσα τιμή και η διάμεσος;
- γ.** Πόσους υπαλλήλους απασχολούν συνολικά τα καταστήματα;
- δ.** Υπολογίστε την μέση τιμή.
- ε.** Πώς θα γίνει η μέση τιμή αν ανοίξουν 5 νέα καταστήματα με 4 υπαλλήλους το καθένα;

- 59.** Το εργατικό δυναμικό μιάς βιομηχανίας ανέρχεται σε 90 άτομα με μέσο μισθό 700 ευρώ μηνιαίως.
- α.** Αν οι προϊστάμενοι και το εξειδικευμένο προσωπικό είναι συνολικά 30 άτομα και λαμβάνουν μέσο μισθό 1000 ευρώ ποιός είναι ο μέσος μισθός των ανειδίκευτων εργαζομένων;
- β.** Αν προσληφθούν 10 ακόμη άτομα, τα 4 με μέσο μισθό 600 ευρώ και τα υπόλοιπα με 700 ευρώ πως θα διαμορφωθεί η νέα μέση τιμή του μισθού όλων των εργαζομένων της βιομηχανίας αυτής;

- 60.** Πέντε διαδοχικοί ακέραιοι έχουν μέση τιμή 13. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς, καθώς και τη διάμεσό τους.

- 61.** Έξι διαδοχικοί περιττοί αριθμοί έχουν διάμεσο 8. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς, καθώς και τη μέση τιμή τους.

- 62.** Το μέσο ύψος 9 καλαθοσφαιριστών μιας ομάδας είναι 205 εκ.
- α.** Για να ψηλώσει την ομάδα, ο προπονητής πήρε έναν ακόμη παίκτη με ύψος 216 εκ. Ποιο είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας τώρα;
 - β.** Αν ήθελε να ψηλώσει την ομάδα στα 208 εκ. πόσο ύψος έπρεπε να έχει ο νέος καλαθοσφαιριστής;

- 63.** Η μέση ηλικία 18 αγοριών και 12 κοριτσιών μιας τάξης είναι 15,4 χρόνια. Αν η μέση ηλικία των αγοριών είναι 15,8 χρόνια, να βρείτε την μέση ηλικία των κοριτσιών.

- 64.** Ένα εργοστάσιο απασχολεί 5 υπαλλήλους στο Τμήμα Α με μέσο μηνιαίο μισθό 450 ευρώ, 6 υπαλλήλους στο Τμήμα Β με μέσο μηνιαίο μισθό 520 ευρώ και 4 υπαλλήλους στο Τμήμα Γ με μέσο μηνιαίο μισθό 590 ευρώ. Ποιος είναι ο μέσος μισθός όλων των υπαλλήλων;

- 65.** Η μέση τιμή και η διάμεσος πέντε αριθμών είναι 6. Οι τρεις από αυτούς είναι οι 5, 8 και 9. Να βρείτε τους άλλους δύο.

- 66.** Σ' ένα σχολείο, η βαθμολογία του τετραμήνου προκύπτει ως ο μέσος όρος τριών διαγωνισμάτων Α, Β, Γ και Δ. Ένας μαθητής γράφει στα τρία πρώτα διαγωνίσματα 13, 18 και 15, αντίστοιχα. Τι βαθμό πρέπει να γράφει στο τέταρτο διαγώνισμα, ώστε να βγάλει μέσο όρο 15;

- 67.** Η μέση βαθμολογία ενός μαθητή σε 3 διαγωνίσματα Στατιστικής είναι 90 μονάδες.

- α.** Αν στο τέταρτο διαγώνισμα γράψει 94 ποια είναι τότε η νέα μέση βαθμολογία;
- β.** Αν με το βαθμό του 4ου διαγωνίσματος, η μέση βαθμολογία μειωθεί κατά 1 μονάδα, ποιος είναι τότε ο βαθμός του 4ου διαγωνίσματος;

68. Το μέσο ύψος 5 μαθητών είναι 170 εκ. Αν έρθουν άλλοι 2 μαθητές, που διαφέρουν κατά 1 εκ. τότε το μέσο ύψος γίνεται 171 εκ. Να βρείτε τα ύψη των δύο νέων μαθητών.

69. Ο μέσος μηνιαίος μισθός n εργαζομένων σε μια επιχείρηση είναι 900 ευρώ. Αν προσληφθούν άλλοι 4 εργαζόμενοι, με μέσο μηνιαίο μισθό 1000 ευρώ, τότε ο μέσος μισθός όλων των εργαζόμενων γίνεται 910 ευρώ. Να βρείτε το πλήθος n των εργαζόμενων.

70. Το μέσο ύψος 6 κοριτσιών είναι 170 εκ. και το μέσο ύψος 4 αγοριών είναι 175 εκ. Να βρείτε το μέσο ύψος των αγοριών και των κοριτσιών μαζί.

71. Η μέση ηλικία 20 μαθητών μιας τάξης είναι 17 έτη. Αν σ' αυτούς προστεθούν και 3 καθηγητές τους, τότε η μέση ηλικία γίνεται 20 έτη. Ποια είναι η μέση ηλικία των παραπάνω καθηγητών;

72. Το μέσο ύψος 8 καλαθοσφαιριστών μιας ομάδας είναι 203 εκ. Ο προπονητής για n' αυξήσει το μέσο ύψος της ομάδας παίρνει δύο ακόμη παίκτες με ύψη 206 και 210 εκ. αντίστοιχα. Ποιο είναι το μέσο ύψος της ομάδας τώρα;

73. Η μέση τιμή n αριθμών είναι ίση με 4. Αν προσθέσουμε σ' αυτούς τον αριθμό 14, τότε η νέα μέση τιμή γίνεται ίση με 5. Να βρείτε το n .

74. Το μέσο βάρος 10 ανθρώπων είναι 75 κιλά. Αν φύγει ένας με βάρος 74 κιλά και έρθει κάποιος άλλος, το μέσο βάρος γίνεται 76 κιλά. Ποιο είναι το βάρος του νέου ανθρώπου;

75. Σ' ένα κουτί υπάρχουν άσπρες, μαύρες, κίτρινες και κόκκινες μπάλες, σε αναλογίες 15%, 20%, 30% και 25% , αντίστοιχα. Κάθε άσπρη μπάλα ζυγίζει 10 γρ. , κάθε μαύρη 15 γρ. , κάθε κίτρινη 20 γρ. και κάθε κόκκινη 40 γρ. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή του βάρους τους.

76. Ένας έμπορος μεταχειρισμένων αυτοκινήτων αγόρασε 5 αυτοκίνητα, με τιμές 2500, 2600, 2800, 3000 και 3400 ευρώ, αντίστοιχα.

α. Ποια είναι η μέση τιμή και η διάμεσος της αγοράς των πέντε αυτοκινήτων;

β. Αν ο έμπορος πληρώσει, επιπλέον, 300 ευρώ για service σε κάθε αυτοκίνητο, τότε πώς διαμορφώνονται οι απαντήσεις του ερωτήματος (α) ;

77. Ένας μαθητής αγόρασε 5 φροντιστηριακά βιβλία, που κόστισαν 14, 13, 15, 14 και 14 ευρώ, αντίστοιχα.

α. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεση και την επικρατούσα τιμή των βιβλίων.

β. Πώς διαμορφώνονται τα παραπάνω μέτρα, αν ο πωλητής κάνει στο μαθητή έκπτωση 10% ;

78. Οι τιμές μιας μεταβλήτης X σε κάποιο δείγμα ενός πληθυσμού είναι:

$$x_1 = 3, x_2 = 6, x_3 = 8, x_4 = 10$$

ενώ οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες

$$f_1 = 0,2, f_2 = 0,3, f_3 = 0,4 \text{ και } f_4 = 0,1$$

- α. Να βρείτε τη μέση τιμή.
- β. Αν ισχύει $\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i = 1320$, τότε να βρείτε το μέγεθος n του δείγματος και τις αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, v_3, v_4 .

Μέτρα διασποράς

79. Οι βαθμοί των 11 μαθητών μιας τάξης ενός ΤΕΕ σε ένα μάθημα είναι: 12, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17. Για τα δεδομένα αυτά:

- α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.
- β. Να βρείτε την μέση τιμή.
- γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- δ. Να βρείτε την διάμεσο.
- ε. Να βρείτε την διακύμανση.

80. Οι ηλικίες 20 εφήβων είναι οι εξής:

15, 18, 17, 15, 14, 18, 18, 16, 15, 14, 16, 17, 18, 17, 16,
14, 15, 18, 14, 15

- α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και να βρείτε τις σχετικές συχνότητες τις αθροιστικές συχνότητες και τις αθροιστικές σχετικές συχνότητες.
- β. Πόσοι έχουν ηλικία μέχρι 17 και πόσοι είναι από 16 και πάνω;

- γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή και την διάμεσο.
- δ. Να βρείτε την μέση τιμή, την διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

81. Ο παρακάτω ελλιπής πίνακας δείχνει τις απουσίες που κάνανε το μήνα Οκτώβριο οι μαθητές μιας τάξης.

x_i	v_i	f_i	N_i
4			6
5	2		
6	3	0,15	
7			15
8			
Σύνολο			

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- β. Τι ποσοστό των μαθητών κάνανε 5 απουσίες;
- γ. Πόσοι μαθητές κάνανε περισσότερες απο 6 απουσίες;
- δ. Τι ποσοστό κάνανε μέχρι και 7 απουσίες;
- ε. Να βρεθούν οι παράμετροι θέσης.
- στ. Να βρεθούν το εύρος και η τυπική απόκλιση.
- ζ. Να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής

82. Δίνεται ο παρακάτω στατιστικός πίνακας:

x_i	v_i	$f_i \%$	f_i	N_i
1	10			
2				35
3				
Συνολο	50			

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- β. Να βρείτε τα μέτρα θέσης.
- γ. Να βρείτε τα μέτρα διασποράς.
- δ. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομογενές.

83. Με τη βοήθεια του παρακάτω πίνακα συχνοτήτων, να υπολογίσετε το Εύρος, τη Διακύμανση, καθώς και την Τυπική Απόκλιση του δείγματος. Κατόπιν, να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομογενές.

x_i	v_i
2	7
3	12
5	14
6	7
8	6
10	4
Σύνολο	50

84. Τα έσοδα (σε χιλ. ευρώ) 50 επιχειρήσεων ενός ομίλου κατά την διάρκεια ενός τριμήνου εμφανίζονται ομαδοποιημένα στον παρακάτω πίνακα:

Εσοδα	Επιχειρήσεις
0 - 20	5
20 - 40	5
40 - 60	10
60 - 80	20
80 - 100	10

Να βρεθούν:

- α. Η μέση τιμή των εσόδων.
- β. Η τυπική απόκλιση.
- γ. Ο συντελεστής μεταβλητότητας.

- 85.** Μετρήσαμε 10 τυποποιημένα προϊόντα ζυμαρικών, ως προς την απόκλιση του βάρους (σε γραμμάρια) από την τιμή, την αναγραφόμενη στη συσκευασία και πήραμε τις παρακάτω μετρήσεις:

$3, -5, 0, 0, -2, -5, 0, -2, 1, 0$

- α. Να υπολογίσετε τη διακύμανση με χρήση του κατάλληλου τύπου, χωρίς να ταξινομήσετε τα δεδομένα σε πίνακα συχνοτήτων.
- β. Να υπολογίσετε τη διακύμανση με χρήση του κατάλληλου τύπου, αφού ταξινομήσετε τα δεδομένα σε πίνακα συχνοτήτων.
- γ. Να υπολογίσετε τη διακύμανση με την προσθήκη κατάλληλων στηλών, στον πίνακα συχνοτήτων.
- δ. Να υπολογίσετε το εύρος, την τυπική απόκλιση και το συντελεστή μεταβλητότητας του δείγματος.

- 86.** Μια 20μελής ομάδα, ενός ορειβατικού συλλόγου, μετρήθηκε ως προς το βάρος. Παρακάτω, δίνονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων:

$42, 52, 74, 75, 75, 77, 56, 56, 60, 62,$

$80, 63, 65, 65, 82, 86, 69, 71, 72, 72$

- α. Να ταξινομηθούν τα δεδομένα σε κλάσεις, πλάτους 10.
- β. Να υπολογιστεί το μέσο βάρος των μελών της ομάδας.
- γ. Να υπολογιστεί η τυπική απόκλιση.

δ. Είναι το δείγμα ομογενές;

87. Αν σε μια επιχείρηση:

- α.** ο μέσος μισθός είναι 800 € και η τυπική απόκλιση 50 €, να βρείτε το συντελεστή μεταβλητότητας.
- β.** ο μέσος μισθός είναι 850 € και ο συντελεστής μεταβλητότητας 8 %, να βρείτε την τυπική απόκλιση.
- γ.** ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι 0,15 και η τυπική απόκλιση 60 €, να βρείτε το μέσο μισθό.

88. Μια βιοτεχνία κατασκευάζει πήλινες γλάστρες με διάμετρο 10, 20, 30 και 40 εκατοστά, σε αναλογία 20 %, 40 %, 30 % και 10 %, αντίστοιχα. Να βρεθούν \bar{X} , δ , M_0 , R , s και CV .

89. Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές :

$$4, 4\omega, 6, 3\omega + 5, 3\omega, 10, 8$$

- α.** Αν η μέση τιμή ισούται με 9 να βρείτε το ω .
- β.** Να βρεθεί η επικρατούσα τιμή η διάμεσος.
- γ.** Να βρεθεί το εύρος και η τυπική απόκλιση.
- δ.** Είναι το δείγμα ομοιογενές;

90. Μια μεταβλητή παίρνει τις παρακάτω τιμές:

$$3, \kappa, 5, \kappa+1, 5\kappa, 2\kappa, 13, 6$$

- α.** Αν η μέση τιμή τους είναι 8 να βρείτε το κ .
- β.** Να βρείτε την επικρατούσα τιμή και την διάμεσο.
- γ.** Να βρείτε το εύρος την διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

91. Μία μεταβλητή παίρνει τις εξής τιμές:

4, 6, 5, 7, 6, 4, 5, 6, 6, 5

- α.** Να παρουσιάσετε τα δεδομένα με έναν πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και να βρείτε τις αθροιστικές συχνότητες όπως και τις αθροιστικές σχετικές συχνότητες.
- β.** Να βρείτε την μέση τιμή, την επικρατούσα τιμή, την διάμεσο, την διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

92. Δίνονται οι παρατηρήσεις: 3, 4, α, β, γ, οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά μεγέθους. Αν η διακύμανση είναι 2, η διάμεσος είναι 5 και η μέση τιμή 5, να βρείτε τους αριθμούς α, β, γ.

93. Ο αριθμοί $x, y, 3, 6$ έχουν μέση τιμή 3 και διακύμανση $7/2$. Να βρείτε τους αριθμούς x, y αν γνωρίζετε ότι $x < y$.

- 94.** Η μέση τιμή των αριθμών $-1, a, 2a, 3, 5$ είναι 2. Να βρείτε :
- α.** τον αριθμό a .
 - β.** το εύρος.
 - γ.** τη διάμεσο.
 - δ.** την τυπική απόκλιση.
 - ε.** το συντελεστή μεταβολής.

- 95.** Οι αριθμοί $1, 5, 3, 5, 2, 3, a, \beta$ έχουν μέση τιμή 4 και επικρατούσα τιμή 5.
- α.** Να βρείτε τις τιμές των a, β , καθώς και τη διάμεσο των 8 αριθμών.
 - β.** Αν προσθέσουμε, επιπλέον, τους αριθμούς $4 - \gamma$ και $4 + \gamma$ τότε η διακύμανση των 10 αριθμών είναι ίση με $21/5$. Να

βρείτε τη μέση τιμή των 10 αριθμών, καθώς και τον αριθμό γ .

96. Οι μηνιαίες αποδοχές t_1, t_2, \dots, t_n των εργαζόμενων σε μια βιοτεχνία έχουν μέση τιμή 600 ευρώ και συντελεστή μεταβολής 5%. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

97. Μια μεταβλητή X ενός δείγματος, παρουσιάζει τις τιμές t_1, t_2, \dots, t_n με τυπική απόκλιση $s = 2$ και $CV = 10\%$. Να βρείτε τη μέση τιμή της X .

98. Εστω $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 5$ οι τιμές μίας μεταβλητής ενός δείγματος 20 ατόμων. Αν $f_1 = 3\kappa, f_2 = 2\kappa, f_3 = 4\kappa, f_4 = \kappa$, όπου κ σταθερός αριθμός να βρείτε:

α. Τις f_1, f_2, f_3, f_4 , καθώς και τις v_1, v_2, v_3, v_4 .

β. Τα μέτρα θέσης.

γ. Να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα είναι ομογενές.

99. α. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας αν η μέση τιμή ισούται με 3.

β. Να βρεθεί η διακύμανση και η τυπική απόκλιση.

x_i	1	2	3	4	Σύνολο
v_i	1	...	9	...	20

100. Ο παρακάτω πίνακας μας δίνει τη σχετική συχνότητα μιας μεταβλητής με μέση τιμή 6,1. Να συμπληρωθεί ο πίνακας και να βρεθεί η επικρατούσα τιμή και το εύρος της μεταβλητής.

x_i	2	4	6	8
$f_i \%$	15	...	20	...

101. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας :

x_i	v_i	$f_i \%$
0	10	
2	5	10
3		
x	15	
5	10	
Σύνολο		

Αν η μέση τιμή ισούται με 3 να αποδείξετε ότι $x = 4$.

102. Να υπολογίσετε το εύρος R , την τυπική απόκλιση s και τον συντελεστή μεταβολής CV των παρακάτω πινάκων.

x_i	v_i
2	13
4	12
6	5
8	4

x_i	v_i
11	13
12	12
13	5
14	4

δ. Είναι κάποιο από τα δύο δείγματα ομογενές;

