

# ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ



1. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις :

α.  $\frac{2x-1}{3} - \frac{2x+2}{3} > 1 + \frac{x+1}{4}$

β.  $\frac{x+1}{2} > x - \frac{2x+3}{4}$

γ.  $\frac{(1-2x)(x-3)}{2} + 2x > -(x+1)^2$

δ.  $\frac{2x-1}{3} + 1 \leq 2 - \frac{3-2x}{2}$

2. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$3(x-1) + 2x < x+1 \quad \text{και} \quad 2(x+3) - x \geq 2$$

3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$\frac{x(x+1)}{2} - \frac{(2x+1)^2}{8} > \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{8}$$

$$(x-1)(x+1) < (x-4)^2 - 25$$

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ

4. Για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  να λυθούν οι ανισώσεις :

α.  $\lambda(x-1) > \lambda^2$

β.  $\lambda x > x+2$

γ.  $\frac{x-\lambda}{2} + \frac{2x+3}{4} > \frac{\lambda x}{6}$

δ.  $\frac{\lambda(x-2)}{2} - \frac{2x-\lambda}{5} < \frac{x}{10} - \frac{2}{5}$

5. Να λυθεί η ανίσωση :  $\lambda(x+\lambda) + \mu(x-\mu) < 2\lambda x + 2\mu x$ .

6. Αν  $\alpha > 0$  να λύσετε την ανίσωση :  $\frac{x-1}{\alpha} - x > \frac{1}{\alpha}$ .

## ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ

7. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις :

α.  $|x-3| \leq 1$

β.  $3|2-5x| < 9$

γ.  $3+|x-3| > 9$

δ.  $1 \leq |2x-5| \leq 4$

ε.  $\frac{5|x|-7}{2} - \frac{3|x|+1}{4} < |x|+5$

στ.  $|2x-1| \geq 3x-2$

ζ.  $2|x-1| + x < 3 + 2x$

η.  $|x+8|-1 > \frac{x+1}{2}$

θ/  $\frac{2|x-1|}{3} - \frac{|1-x|}{4} > \frac{|3x-3|}{2} + 1$

8. Να λύσετε την καθεμία από τις παρακάτω ανισώσεις :

$$|2x-3| < 7 \quad \text{και} \quad |x| \geq 1$$

κι έπειτα να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες αληθεύουν ταυτόχρονα.

9. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α.  $||x|-5| < 2$

β.  $|x|^3 - 2x^2 - 5|x| + 6 > 0$

10. Να λυθεί η ανίσωση :  $|x^2-1| \leq 2x^2+2$ .

11. Να λυθεί η ανίσωση:  $\frac{|x+1|-|x-1|}{|x+1|+|x-1|} \geq 0$ .

12. Να λυθεί η ανίσωση :  $|x^3-1| \leq x^2+x+1$ .

13. Να βρεθούν οι ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις  $|x| \geq 3$  και  $|2x-1| < 13$ .

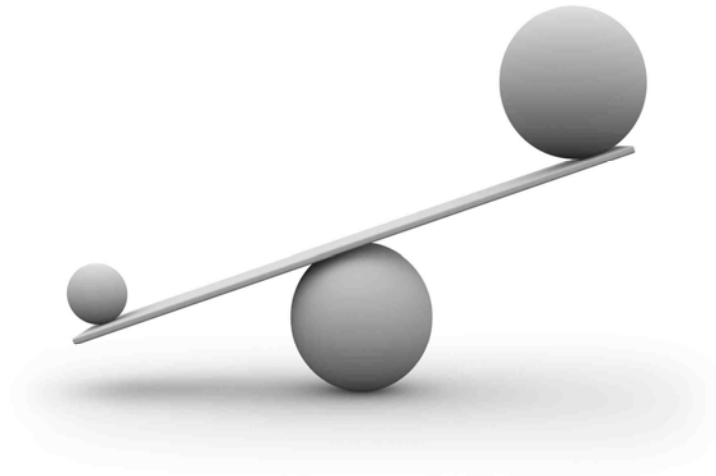
## ΔΙΑΦΟΡΕΣ

**14.** Αν  $\alpha < \beta$  να αποδείξετε ότι η λύση της εξίσωσης  $2x - \alpha - \beta = 0$  ανήκει στο διάστημα  $(\alpha, \beta)$ .

**15.** Τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί έχουν άθροισμα μεγαλύτερο του 12 και μικρότερο του 17. Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.

**16.** Να λυθεί η εξίσωση :  $\sqrt{5x-2} = 2\sqrt{1-x}$  .

(Mathematica.gr)



# ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ



1. Να απλοποιηθούν οι παρακάτω κλασματικές παραστάσεις:

α.  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

β.  $\frac{4x^2 - 3x - 1}{4x + 1}$

γ.  $\frac{(4 - x^2)(2x^2 + 3x + 1)}{-3x - 2 + 2x^2}$

δ.  $\frac{5x^2 + 5x + 5}{10x^3 - 10}$

2. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

α.  $\frac{(x^2 - a^2)(x^2 + a^2)}{2x^2 + ax - 3a^2}$

β.  $\frac{(x - a)^2 - \beta^2}{x^2 - 2ax + a^2 - \beta^2}$

γ.  $\frac{(x^2 + 3x - 4) - (x^2 - x)^2}{(x^3 - 1) - (x^2 + x - 2)}$

(Άσκηση 2 < ΟΕΔΒ 1989)

3. Για τις διάφορες τιμές του πραγματικού  $x$  να υπολογίσετε το πρόσημο των παρακάτω τριωνύμων:

α.  $x^2 + x + 3$

β.  $3x^2 + 4x - 2$

γ.  $x^2 + 4x - 12$

δ.  $9x^2 - 12x + 4$

4. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

α.  $x^2 + 5x + 6 \geq 0$

β.  $x^2 - 4x + 4 > 0$

γ.  $2x^2 - 2x + 2 > 0$

δ.  $x^2 - 8x + 15 \leq 0$

ε.  $9x^2 + 6x + 1 < 0$

στ.  $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

ζ.  $x^2 + 2x + 3 < 0$

η.  $x^2 + x - 3 < 0$

5. Ομοίως:

α.  $x^2 - 4 > 0$

β.  $3 < x^2$

γ.  $5x^2 \geq -30x$

δ.  $14x - 21x^2 \leq 0$

## ΚΟΙΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

6. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

α.  $-1 < x^2 - x - 1 < 1$                       β.  $1 < \frac{x^2 - 4x - 1}{2} < 2$

7. Να λυθεί η ανίσωση:  $|-x^2 + x - 4| > 2x + 6$ .

8. Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ 6x^2 + 5x + 1 > 0 \\ -x^2 + 5x - 6 < 0 \end{cases}$$

(Ασκήσεις 7 - 8 < ΟΕΔΒ 1989)

9. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$\begin{cases} x - 3 > 0 \\ 2x^2 - x - 1 > 0 \\ -x^2 + 7x - 12 < 0 \end{cases}$$

10. Να λυθεί το σύστημα των ανισώσεων :

$$\begin{cases} (x^2 - 11x)^2 - 9(x + 5)^2 < 0 \\ (x^2 + 12x + 24)^2 > 4x^2 \end{cases}$$

## ΔΙΑΦΟΡΕΣ

11. Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  ώστε να ισχύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  :  $(x^2 + 1)(\lambda + 1) - 2\lambda x > 0$ .

12. Το εμβαδό ενός ορθογωνίου παραλληλόγραμμου είναι  $25\text{cm}^2$ . Πότε το ορθογώνιο έχει την ελάχιστη περίμετρο και ποια είναι αυτή;

13. Να βρεθεί το  $\lambda$  ώστε το τριώνυμο  $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 5\lambda + 8$  να είναι τέλειο τετράγωνο.

14. Να λυθεί η εξίσωση :  $\sqrt{16-x^2} + \sqrt{x-4} = 0$  .

( Ασκήσεις 6 – 11 < Mathematica.gr )

15. Για ποια τιμή του  $\lambda$  η εξίσωση:

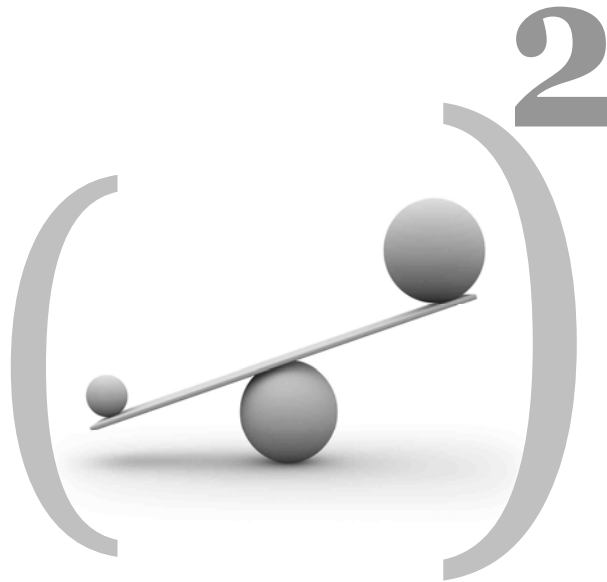
$$x^2 - 2(\lambda - 3)x + \lambda^2 - 1 = 0$$

έχει:

**α.** δύο ρίζες αρνητικές                      **β.** δύο ρίζες ετερόσημες

**γ.** δύο ρίζες αντίστροφες

( ΟΕΔΒ 1989 )



# ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΝΟΜΕΝΟ / ΠΗΛΙΚΟ



16. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

α.  $(3x - 7)(-x^2 + 3x + 4)(x^2 - 6x + 9) < 0$

β.  $(1 - x)(x^2 - 10x + 21)(-x^2 + x - 5) < 0$

17. Ομοίως:

α.  $\frac{(x-1)(x^2 - 9x + 20)}{x^2 - x + 1} > 0$

β.  $\frac{(x-2)^2(x+1)}{x-3} \geq 0$

18. Να λυθεί η ανίσωση:  $\frac{x-3}{x+2} - \frac{x+2}{x-3} > \frac{10}{x^2 - x - 6}$ .

## ΚΟΙΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

19. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α.  $5 > \frac{2x-1}{x+3} > 3$

β.  $2 < \frac{x^2 + 2x - 11}{2(x-3)} < 6$

20. Να λυθεί το σύστημα:  $\begin{cases} \frac{x-1}{2x+1} > 0 \\ (x^2 - 4)(x^2 + 2x + 4) >> 0 \end{cases}$

(Ασκήσεις 16 – 20 < ΟΕΔΒ 1989)

## ΔΙΑΦΟΡΕΣ

21. Να λυθούν οι ανισώσεις :

**α.**  $\frac{(x^2 - 8x + 7)(x^2 - 3x + 9)}{x^2 - 4} < 0$

**β.**  $\frac{x - 3}{x + 3} > \frac{x - 4}{x + 4}$

