ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΤΟ ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ
της Λογικής

1. **α.** $x = x$ Αληθής.

β. $x^2 > 0$ Ψευδής, καθώς δεν ισχύει για $x = 0$.

γ. $x^2 \geq 0$ Αληθής.

δ. $x^2 < 0$ Ψευδής.

ε. $x^2 \leq 5$ Ψευδής, πχ. για $x = 3$ δεν ισχύει.

στ. $x^3 \neq x^3 + 1$ Αληθής, καθώς οι κύβοι μπορούν να διαγραφούν, οπότε καταλήγουμε στην προφανή $0 \neq 1$.

2. **α.** Ψευδής, καθώς η εξίσωση έχει μοναδική λύση τον $-5/2$, ο οποίος δεν είναι ακέραιος.

β. Αληθής.

γ. Ψευδής, καθώς ισχύει μονάχα για τον ρητό $-5/2$.

δ. Αληθής, καθώς πρόκειται για γνωστή ταυτητα και γνωρίζουμε πως οι ταυτότητες - εξ' ορισμού - ισχύουν για κάθε πραγματικό αριθμό.

ε. Αληθής. Αρκεί μια απλή δοκιμή. Αν θέσουμε όπου x το φυσικό $x = 2$ προκύπτει το πηλίκο $3/2$, δηλαδή ο αριθμός 1,5 . Προφανώς, ισχύει: $1 < 1{,}5 < 2$.

3. Να κυκλώσετε σε κάθε περίπτωση το γράμμα Α ή Ψ, αν η πρόταση είναι αληθής ή ψευδής αντίστοιχα.

α. Ψ $\alpha = 4$ ή $\alpha = -4$

β. Α Προφανές.

γ. Ψ Επειδή πρόκειται για ισοδυναμία, απατείται να αληθεύει και προς τις δύο κατευθύνσεις. Εξαιτίας του (α), προφανώς, δεν ισχύει.

δ. Α

ε.	Ψ	Από δεξιά προς τ' αριστερά ισχύει, δηλαδή αν $\beta = 1$, τότε όντως $\alpha\beta = \alpha$. Η αντίθετη φορά όμως είναι ψευδής, καθώς: $\alpha\beta - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\beta - 1) = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 1$.
στ.	Α	Μπορεί κανείς - σκεπτόμενος όπως πριν - να αμφιβάλλει, καθώς: $\alpha\beta - \alpha \neq 0 \Leftrightarrow \alpha(\beta - 1) \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ και $\beta \neq 1$ Ωστόσο, η αλήθεια της μονής συνεπαγωγής καλύπτεται απόλυτα. Είναι το αντίστροφο, που δεν ισχύει.
ζ.	Α	Το γινόμενο δύο θετικών είναι πάντα θετικός.
η.	Ψ	Θα μπορούσε $\kappa = -3$.
θ.	Α	$\kappa^2 \neq 9 \Rightarrow \kappa \neq 3$ και $\kappa \neq -3$
ι.	Α	Μπορούμε να υψώζουμε και τα 2 μέλη μιας ανισότητας στο τετράγωνο, εφόσον είναι θετικά.
ια.	Ψ	Αρκεί να βρούμε ένα απλό αντιπαράδειγμα, πχ. αν $\gamma = -9 < 5$, η ανισότητα δεν ισχύει, καθώς $(-9)^2 = 81 > 25$.
ιβ.	Ψ	$\gamma^2 > 25 \Rightarrow \gamma > 5$ ή $\gamma < -5$
ιγ.	Α	Αποκλείουμε τις περιπτώσεις $\gamma > 5$ ή $\gamma = 5$, οι οποίες είναι προφανές ότι δεν ισχύουν.
ιδ.	Ψ	Ισχύει μόνο για θετικούς αριθμούς, πχ. $-3 > -5$, όμως $(-3)^2 = 9 < 25 = (-5)^2$.
ιε.	Ψ	Οι ανισότητες πολλαπλασιάζονται κατά μέλη, μόνο αν τα μέλη τους είναι θετικά. Στην περίπτωσή μας, πχ. για $x = -3$ και $y = -10 < 3$ είναι $x \cdot y = (-3)\cdot(-10) = 30 > -6$, δηλαδή άτοπο.

4. 1 - Γ

2 - Α

3 - ΣΤ

4 - Γ

5 - ΣΤ

6 - Β

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΣΥΝΟΛΑ

1.

$\in\mathbb{N}$	$34 \quad 0 \quad \sqrt{144} \quad \frac{32}{16}$
$\in\mathbb{Z}$	$34 \quad -1 \quad 0 \quad \sqrt{144} \quad \frac{32}{16}$
$\in\mathbb{Q}$	$34 \quad -\frac{1}{3} \quad 0{,}884 \quad -1 \quad 0 \quad \sqrt{144} \quad \frac{32}{16} \quad -2{,}5656\ldots \quad 6{,}\overline{15}$
$\in\mathbb{R}$	$\sqrt{17} \quad 34 \quad -\frac{1}{3} \quad 0{,}884 \quad -1 \quad 0 \quad \sqrt{144} \quad \frac{32}{16} \quad -2{,}5656\ldots \quad \pi \quad 6{,}\overline{15}$

2. **α.** Αποτελείται από τους αρνητικούς ακέραιους.

β. Αποτελείται από όλους τους μη ακεραίους ρητούς, δηλαδή όλους τους αριθμούς που γράφονται υπό τη μορφή κλάσματος, για το οποίο όμως η διαίρεση που συμβολίζει καταλήγει πάντα ατελής.

γ. Αποτελείται από όλους τους άρρητους αριθμούς.

δ. Αν $\Omega = \mathbb{R}$ τότε να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

$\mathbb{Z}\cap\mathbb{N} = \mathbb{N} \quad \mathbb{Z}\cup\mathbb{N} = \mathbb{Z} \quad \mathbb{Z}\cap\mathbb{Q}' = \varnothing \quad \mathbb{R}' = \varnothing \quad \mathbb{N}\cap\mathbb{N}' = \mathbb{R}$

3. $\Omega = \{\, x\in\mathbb{N} \,/\, x \leq 12\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
$A = \{\, x\in\Omega$ / x πολλ/σιο του 2 $\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
$B = \{\, x\in\Omega$ / x διαιρέτης του 18 $\} = \{1, 2, 3, 6, 9\}$

Συνεπώς:

$A\cap B = \{2, 6\}$

$A\cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

$(A\cup B)' = \{5, 7, 11\}$

$A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$A'\cap B = \{1, 3, 9\}$

4. $\Omega = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta, \theta, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \pi, \rho, \sigma, \tau, \varphi, \chi, \psi\}$

α. $A = \{\theta, \kappa, \pi, \sigma, \tau, \varphi, \chi\}$

$H = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta, \lambda, \mu, \nu, \rho\}$

$\Sigma = \{\kappa, \pi, \tau\}$

$E = \{\gamma, \beta, \delta, \zeta, \theta, \lambda, \mu, \nu, \rho, \sigma, \varphi, \chi\}$

$X = \{\beta, \mu, \pi, \varphi\}$

$O = \{\delta, \theta, \tau\}$

$\Delta = \{\zeta, \sigma\}$

$\Lambda = \{\gamma, \kappa, \chi\}$

$Y = \{\lambda, \nu, \rho\}$

$P = \{\mu, \nu\}$

β. $A \cap \Sigma = \{\kappa, \pi, \tau\}$

$H \cap \Sigma = \varnothing$

$A \cap E = \{\theta, \sigma, \varphi, \chi\}$

$A \cap H = \varnothing$

$\Sigma \cap E = \varnothing$

$X \cap O = \varnothing$

$Y \cap P = \{\nu\}$

$X \cup O \cup \Delta = \{\beta, \delta, \zeta, \theta, \mu, \pi, \sigma, \tau, \varphi\}$

$\Lambda \cup Y \cup P = \{\gamma, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \rho, \chi\}$

$$(X \cup O \cup \Delta)' \cap (\Lambda \cup Y \cup P)' =$$
$$= \{\gamma, \kappa, \lambda, \nu, \xi, \rho, \chi, \psi\} \cap \{\beta, \delta, \zeta, \theta, \xi, \pi, \sigma, \tau, \varphi, \psi\} =$$
$$= \{\xi, \psi\}$$

$$(A \cup H)' = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta, \theta, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \pi, \rho, \sigma, \tau, \varphi, \chi\}' =$$
$$= \{\xi, \psi\}$$

$$(\Sigma \cup E)' = \{\gamma, \beta, \delta, \zeta, \theta, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \pi, \rho, \sigma, \tau, \varphi, \chi\}' =$$
$$= \{\xi, \psi\}$$

$$(X \cup O \cup \Delta \cup \Lambda \cup Y \cup P)' =$$
$$= \{\beta, \gamma, \delta, \zeta, \theta, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \pi, \rho, \sigma, \tau, \varphi, \chi\}' = \{\xi, \psi\}$$

$[P\cup(A\cap X)] = \{\mu, \nu\} \cup \{\pi, \varphi\} = \{\mu, \nu, \pi, \varphi\}$

$(P\cup A)\cap(P\cup X) =$

$= \{ \theta, \kappa, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau, \varphi, \chi \} \cap \{ \beta, \mu, , \nu, \pi, \varphi \} = \{\mu, \nu, \pi, \varphi\}$

5.	**Α.**	**α.**	$(A\cap B) \subseteq A \Leftrightarrow A \subseteq A$	Σωστό
		β.	$(A\cup B) \subseteq A \Leftrightarrow B \subseteq A$	Λάθος
		γ.	$A\cap(B\cap \Gamma) \subseteq B \Leftrightarrow A \subseteq B$	Σωστό
		δ.	$A'\cap B' = \varnothing$	Λάθος
	Β.	**α.**	$A \subseteq B$	Λάθος, διαφορετικά θα ήταν $A\cap B = A$ (άτοπο).
		β.	$B \subseteq A$	Λάθος
		γ.	$A \subseteq B'$	Σωστό
		δ.	$A\cap B' = A \subseteq A \Leftrightarrow$	Σωστό