

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτομος BE της γωνιας \hat{B} του τριγωνου. Απο το A φερνουμε παράλληλη της BE , που τεμνει τη $B\Gamma$ στο Δ . Να αποδειξετε οτι το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελες.

$AD \parallel BE$ οποτε οι γωνιες ...

Εστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η διχοτομος AD της γωνιας A . Φερνουμε την καθετη BZ στην AD , η προεκταση της οποιας τεμνει την $A\Gamma$ στο E . Να δειξετε οτι το τριγ. ABZ είναι ισοσκελες.

Στο τρίγωνο ABZ , η AD διχοτομος και ...

- Αν οι γωνιες ενος τριγωνου είναι $\hat{x}, 2\hat{x}, 3\hat{x}$ τοτε να βρειτε το ειδος του τριγωνου ως προς τις γωνιες του .
- Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\hat{B}_{εξ} + \hat{\Gamma}_{εξ}$.

- Το αθροισμα των γωνιων τριγωνου είναι ισο ...
- Η εξωτερικη γωνια τριγωνου ισουται με

Εστω OD η διχοτομος της γωνιας \hat{xOy} . Απο σημειο A της Oy φερνουμε παραλληλη στην OD που τεμνει την προεκταση της Ox στο B . Να δειχτει οτι $OA=OB$.

Εντος εναλλαξ και εντος εκτος και επι τα αυτα γωνιες είναι ισες ...

Απ'τη κορυφη B τριγωνου $AB\Gamma$ φερνουμε παραλληλη στη διχοτομο OD που τεμνει την προεκταση της GA στο E . Να δειχτει οτι : $EG=AB+A\Gamma$.

Δειξτε οτι το τρίγωνο $AE\Delta$ είναι ισοσκελες και ...

Σε ορθογωνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φερνουμε το υψος AH και τις διχοτομους AD και GE των γωνιων $\hat{B}\hat{A}H$ και $\hat{\Gamma}$ αντιστοιχα. Αν P το σημειο τομης των AD και GE , να δειξετε οτι:

- $AD \perp GE$ και
- $AP = PD$.

Δειξτε οτι το τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελες και ...

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχυει $\hat{B} - \hat{\Gamma} = 90^\circ$ και AD η διχοτομος του. Δειξτε οτι $\hat{B}\hat{\Delta}A = 45^\circ$.

Η ζητουμενη γωνια εξωτερικη γωνια του τριγωνου $A\Delta\Gamma$ και ...

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ $\hat{\Gamma} = 3\hat{B}$ και η μεσοκαθετη της $B\Gamma$ τεμνει την AB στο Δ . Να δειξετε οτι τα τρίγωνα $\Delta B\Gamma$ και $A\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελη.

Δειξτε πρωτα οτι $\hat{B}\hat{\Gamma}\Delta = \hat{B}$ οποτε ...

Εστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 50^\circ$. Αν το υψος AH και η διχοτομος $B\Delta$ τεμνονται στο E , να υπολογίσετε τις γωνιες του τριγωνου $AE\Delta$.

Υπολογιστε πρωτα τη γωνια \hat{B} και ...

Αλυτες Ασκησεις (Παραλληλες Ευθειες)

Εστω το τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και διαμεσοί του $BM, \Gamma N$. Προεκτείνουμε τη BM κατά τμήμα $M\Delta=BM$ και τη ΓN κατά $NE=\Gamma N$. Να αποδείξετε ότι:

- $A\Delta \parallel B\Gamma$
- $AE \parallel B\Gamma$
- E, A και Δ συνευθειακά

Συγκρίνετε πρώτα τα τρίγωνα με πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$...

Εστω το τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του BE . Φέρνουμε $A\Delta \perp A\Gamma$ με $A\Delta=AB$ (B, Δ εκατέρωθεν της $A\Gamma$). Να δείξετε ότι:

- $A\Delta \parallel BE$
- $B\Delta$ διχοτομός της $A\hat{B}E$

... κάθετες στην ίδια ευθεία ... τρίγωνο $AB\Delta$ ισοσκελές ...

Εστω το τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του BE . Φέρνουμε $A\Delta \perp A\Gamma$ με $A\Delta=AB$ (B, Δ εκατέρωθεν της $A\Gamma$). Να δείξετε ότι:

- $A\Delta \parallel BE$
- $B\Delta$ διχοτομός της $A\hat{B}E$

... κάθετες στην ίδια ευθεία ... τρίγωνο $AB\Delta$ ισοσκελές ...

Αν $A\Delta, BE, \Gamma Z$ είναι οι διχοτομοί τριγώνου $AB\Gamma$ να υπολογίσετε το άθροισμα $A\hat{\Delta}B + B\hat{E}\Gamma + A\hat{Z}\Gamma$.

Οι γωνίες είναι εξωτερικές των τριγώνων ...

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 20^\circ + \hat{\Gamma}$, $A\Delta$ διχοτομός και E σημείο της πλευράς $A\Gamma$ με $AE=AB$. Υπολογίστε τις γωνίες $E\hat{B}\Gamma, A\hat{\Delta}B, A\hat{\Delta}\Gamma$.

Τρίγωνο ABE ισοσκελές ... και $A\hat{E}B$ εξωτερική ...

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) είναι $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2}$.

Αν I το εγκεντρο του τριγώνου να υπολογιστεί η γωνία $B\hat{I}\Gamma$.

Υπολογίστε πρώτα τη γωνία \hat{A} ...

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$, $A\Gamma=2AB$ και Δ μέσο της $A\Gamma$. Να αποδειχτεί ότι:

- Το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοπλευρό.
- Το τρίγωνο $\Gamma B\Delta$ είναι ισοσκελές.
- $A\hat{B}\Gamma = 90^\circ$

Από δοσμένη σχέση είναι $AB=A\Delta=\Delta\Gamma$...

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B}=2\hat{\Gamma}$. Φέρουμε το ύψος AD και στη πλευρά $B\Gamma$ παίρνουμε τμήμα $DE=BD$. Να δείχτεί ότι τα τρίγωνα ABE και $A\Gamma E$ είναι ισοσκελή.

Στο τρίγωνο ABE η AD είναι ύψος και ...

Προεκτείνουμε τη διάμετρο AB ενός κύκλου (O,R) κατά τμήμα AM και από το M φέρνουμε τεμνουσα $M\Gamma\Delta$ του κύκλου, ώστε $M\Gamma=R$. Αποδείξτε ότι η γωνία $\Delta\hat{O}B$ είναι τριπλάσια της $\Gamma\hat{O}M$.

Τα τρίγωνα $OM\Gamma, O\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελή και ...

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 45^\circ$ και τα υψη του $B\Delta$ και ΓE που τέμνονται στο H . Να δείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $A\Gamma E$ και EHB είναι ισοσκελή.
- $AH = B\Gamma$

- Στο τρίγ. $A\Delta B$, $\hat{A} = 45^\circ$ οπότε $\hat{A}\hat{B}\hat{D} = \dots$
- τρίγ. $AH\Delta =$ τρίγ. $B\Gamma\Delta \dots$

Απο τυχαίο σημείο Δ της βάσης ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε $\Delta E \perp A\Gamma$. Να δείξετε ότι: $\hat{A} = 2\hat{E}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$.

Φέρτε υψος AH και υπολογίστε γωνίες στα ορθογώνια τρίγωνα ...

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) το υψος $A\Delta$ και η διχοτομος BZ τέμνονται στο E . Να δείξετε ότι το τρίγωνο $A\Gamma Z$ είναι ισοσκελές.

Δείξτε ότι $\hat{Z}\hat{E}\hat{A} = \hat{A}\hat{Z}\hat{E} \dots$

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) προεκτείνουμε την $B\Gamma$ κατά τμήματα $B\Delta = AB$ (προς το B) και $\Gamma E = A\Gamma$ (προς το Γ).
Να δείξετε ότι: • $\hat{E}\hat{A}\hat{D} = 135^\circ$ • $\hat{A}\hat{B}\hat{D} + \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = 270^\circ$.

Τα τρίγωνα $A\Gamma E$, $AB\Delta$ είναι ισοσκελή και ...

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με υψος $B\Delta$, φέρνουμε την κάθετη ευθεία ΔE στη πλευρά AB που τέμνει την ευθεία $B\Gamma$ στο Z . Να δείχθει ότι το τρίγωνο ΔBZ είναι ισοσκελές.

$\hat{B}\hat{Z}\hat{E}$ συμπληρωματική της γωνίας ...

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και I το εγκεντρο του. Απ' το I φέρνουμε παράλληλες προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$ που τέμνουν τη πλευρά $B\Gamma$ στα σημεία E και Z αντιστοίχα. Αποδείξτε ότι:

- Τα τρίγωνα BIE και $IZ\Gamma$ είναι ισοσκελή
- $B\Gamma = IE + IZ + EZ$

- $B\Gamma$, ΓI διχοτομοί ...
- $IE \parallel AB$, $IZ \parallel A\Gamma$...
- ...

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και I το εγκεντρο του. Απ' το I φέρνουμε παράλληλες προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$ που τέμνουν τη πλευρά $B\Gamma$ στα σημεία E και Z αντιστοίχα. Αποδείξτε ότι:

- Τα τρίγωνα BIE και $IZ\Gamma$ είναι ισοσκελή
- $B\Gamma = IE + IZ + EZ$

- $B\Gamma$, ΓI διχοτομοί ...
- $IE \parallel AB$, $IZ \parallel A\Gamma$...
- ...

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η $\Gamma\Delta$ είναι η διχοτομος της $\hat{\Gamma}$ και η $\Gamma\chi$ η διχοτομος της $\hat{\Gamma}_{\epsilon\sigma}$. Απ' το Δ φέρνουμε παράλληλη στην $A\Gamma$ που τέμνει την $B\Gamma$ στο E και την $\Gamma\chi$ στο Z . Να δείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $\Delta E\Gamma$ και $E Z\Gamma$ είναι ισοσκελή
- $\Delta E = E\Gamma = EZ$

- $\Gamma\Delta$ διχοτομος ...
- $\Delta E \parallel A\Gamma$... τρίγ. $\Delta E\Gamma$...
- ...

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ $B\Delta$ είναι διχοτομος. Απ' το μέσο M της $A\Gamma$ φέρνω παράλληλη στην $B\Delta$ που τέμνει τη $B\Gamma$ στο H . Να δείξετε ότι το AH είναι υψος του τριγώνου.

Δείξτε ότι τα τρίγωνα $AH\Delta$ και $\Delta H\Gamma$ είναι ισοσκελή ...

Εστω τριγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Πανω στη πλευρα $A\Gamma$ παιρνομε σημειο Δ , ωστε $A\Delta = AB$. Να δειχτει οτι:

• $\widehat{B\Delta\Gamma} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2}$ • $\widehat{\Delta B\Gamma} = \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$

Χρησιμοποιειστε αθροισμα γωνιων τριγωνου και εξωτερικες γωνιες ...

Σε τριγωνο $AB\Gamma$ φερνομε απ'τη κορυφη B ευθεια $x'x \parallel A\Gamma$. Πανω στη $x'x$ (εκατερωθεν του B) παιρνομε τμηματα $BM = BN = AB$. Να δειξετε οτι $AM \perp AN$.

Δειξτε οτι AM, AN ειναι εσωτερικη και εξωτερικη διχοτομος της γωνιας \widehat{A} ...

Εστω οξυγωνιο τριγωνο $AB\Gamma$ με μικροτερη πλευρα τη $B\Gamma$. Στις πλευρες του $AB, A\Gamma$ παιρνομε τα σημεια Δ και E αντιστοιχα, τετοια ωστε $B\Delta = \Gamma E = B\Gamma$. Αν $BE, \Gamma\Delta$ τεμνονται στο Z , να δειξετε οτι $\widehat{EZ\Gamma} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2}$

Χρησιμοποιειστε αθροισμα γωνιων τριγωνου και εξωτερικες γωνιες ...

Απ'το μεσο M της βασης ισοσκελους τριγωνου $AB\Gamma$ φερνομε παραλληλες στις $AB, A\Gamma$ που τις τεμνον στα σημεια Δ, E αντιστοιχα. Να δειξετε οτι η AM ειναι μεσοκαθετη του ΔE .

Δειξτε πρωτα οτι η AM διχοτομει τη γωνια $\widehat{\Delta M E}$...

Δυο κυκλοι με κεντρα K, Λ εφαπτονται εξωτερικα στο A . Αν ευθεια ϵ εφαπτεται των κυκλων στα B, Γ αντιστοιχα, αποδειξτε οτι $BA \perp A\Gamma$.

Φερτε τις ακτινες $KB, \Lambda\Gamma$ και $A\Delta \perp B\Gamma$...

Δινεται ισοσκελες $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με $\widehat{A} > 30^\circ$. Στην πλευρα $B\Gamma$ παιρνομε σημειο Δ με $\widehat{B\Delta A} = 30^\circ$ και στην πλευρα $A\Gamma$ παιρνομε τμημα $AE = A\Delta$. Να αποδειξετε οτι: $\widehat{E\Delta\Gamma} = 15^\circ$.

Δειξτε οτι το τριγωνο $A\Delta E$ ειναι ισοπλευρο και ...

Αν οι διχοτομοι των γωνιων \widehat{A} και \widehat{B} κυρτου τετραπλευρου $AB\Gamma\Delta$ τεμνονται στο O , να δειχτει οτι: $\widehat{A\hat{O}B} = \frac{\widehat{\Gamma} + \widehat{\Delta}}{2}$.

Χρησιμοποιειστε αθροισμα γωνιων τριγωνου και τετραπλευρου ...

Εστω ορθογωνιο τριγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), η ευθεια της διχοτομου της γωνιας $\widehat{\Gamma_{\epsilon\epsilon}}$ τεμνει τις διχοτομους των γωνιων $\widehat{B}, \widehat{B_{\epsilon\epsilon}}$ στα σημεια Δ και E αντιστοιχα.

Η γωνια που σχηματιζουοι οι διχοτομοι των $\widehat{B}, \widehat{B_{\epsilon\epsilon}}$...

• Να υπολογιστει η $\widehat{\Delta B E}$ • Να δειχτει οτι: $\widehat{E} = \widehat{\Delta} = 45^\circ$.

Σε τετραπλευρο $AB\Gamma\Delta$ ειναι $AB \parallel \Gamma\Delta, AB = A\Delta, \Delta B = \Delta\Gamma$ και $\widehat{A} = 100^\circ$.

$\Delta B A$ ισοσκελες ...
 $AB \parallel \Gamma\Delta$...

• Να δειξετε οτι η $B\Delta$ ειναι διχοτομος της γωνιας Δ .
• Να υπολογιστετε σε μοιρες τη γωνια $\widehat{\Gamma}$.

Δινεται κυκλος διαμετρου AB και κεντρου K . Απο το K φερνω την ακτινα $K\Gamma \perp AB$ και εστω M το μεσο της $K\Gamma$. Απο το M φερνω την καθετη στην $K\Gamma$ που τεμνει τον κυκλο στο Δ .

- Να δειξετε οτι το τριγωνο $K\Delta\Gamma$ ειναι ισοπλευρο.
- Να δειξετε οτι η $A\Delta$ ειναι διχοτομος της $M\hat{A}K$.
- Να υπολογισετε σε μοιρες τη γωνια $B\hat{A}\Delta$.

- $M\Delta$ μεσοκαθετη ...
- $M\Delta \parallel AB$...
- Τριγωνο $K\Delta\Gamma$ ειναι ...

Στη προεκταση της υποτεινουσας $B\Gamma$ ορθογωνιου τριγωνου $AB\Gamma$ και προς το μερος του B παιρνομε τμημα $BE=AB$. Στο Γ φερνομε ευθεια καθετη στη $B\Gamma$ και πανω σ'αυτην και στο ημιεπιπεδο $(B\Gamma, A)$ παιρνομε τμημα $\Gamma\Delta=AG$. Να αποδειξετε οτι τα σημεια Δ, A, E ειναι συνευθειακα.

Δειξετε οτι
 $\Delta\hat{A}\Gamma + B\hat{A}E = 90^\circ \dots$

Εστω ισοσκελες τριγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και οι διχοτομοι του BK και $\Gamma\Lambda$. Αν η διχοτομος της $\Gamma\hat{K}B$ τεμνει τη $\Gamma\Lambda$ στο Δ και τη $B\Gamma$ στο H , να δειξετε οτι το τριγωνο $\Gamma\Delta H$ ειναι ισοσκελες.

Δειξετε οτι $H\hat{\Delta}\Gamma = \Delta\hat{H}\Gamma \dots$

Σε τριγωνο $AB\Gamma$ φερνομε την διχοτομο της γωνιας \hat{A} και τα υψη BZ και $\Gamma\Theta$ απ'τις κορυφες B και Γ που την τεμνουν στα σημεια Δ και E . Αν H το σημειο τομης των υψων, να δειξετε οτι το τριγωνο $\Delta E H$ ειναι ισοσκελες.

Δειξετε οτι $H\hat{\Delta}E = \Delta\hat{H}E \dots$

Δινεται οξυγωνιο τριγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ και το υψος του AK . Ο κυκλος κεντρου A και ακτινας AG τεμνει την προεκταση της $B\Gamma$ στο E . Να δειχθει οτι:

- Το τριγωνο AEB ειναι ισοσκελες.
- $K\Gamma = KB + AB$

- Δειξετε $B\hat{E}A = B\hat{A}E = \hat{\Gamma} \dots$
- $K\Gamma = KE \dots$

Εστω ισοσκελες τριγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και η διαμεσος του AM . Φερνομε $\Gamma\chi \perp B\Gamma$ προς το ημιεπιπεδο που δεν ανηκει το A και παιρνομε σ'αυτην τμημα $\Gamma\Delta=AB$. Να δειξετε οτι η $A\Delta$ ειναι διχοτομος της γωνιας $M\hat{A}\Gamma$.

- $\Gamma\chi \parallel AM \dots$
- $AG = \Gamma\Delta \dots$

Δυο κυκλοι με κεντρα K, Λ ειναι εξωτερικοι ο ενας ως προς τον αλλο. Μια κοινή εξωτερική και μια κοινή εσωτερική διχοτομος τους τεμνονται στο σημειο P . Δειξετε οτι $K\hat{P}\Lambda = 90^\circ$.

Η γωνια των διχοτομων εφεξης και παραπληρωματικων γωνιων ...

Εστω ισοσκελες τριγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και Δ σημειο της προεκτασης της $B\Gamma$, προς το B , ωστε $B\Delta=AG$ και $\Delta\Gamma=\Delta A$. Υπολογιστε τις γωνιες των ισοσκελων τριγωνων που σχηματιζονται.

Αθροισμα γωνιων τριγωνου
Γωνιες βασης ισοσκελους
Εξωτερική γωνια ...