

ΑΛΓΕΒΡΑ – Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Κλάσματα

Η έννοια του κλάσματος

1. Να γραφούν σαν κλάσματα τα πηλίκα των διαιρέσεων:

α. $3:8$ β. $9:10$ γ. $132:234$ δ. $45:68$

2. Να βρεθεί ποια διαίρεση παριστάνουν το καθένα από τα παρακάτω κλάσματα:

α. $\frac{5}{23}$ β. $\frac{18}{8}$ γ. $\frac{358}{2441}$ δ. $\frac{32}{12}$

3. Ένα σχολείο έχει 320 μαθητές. Να βρείτε πόσοι είναι τα $\frac{4}{5}$ των μαθητών.

4. Αν τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών ενός σχολείου είναι 270 μαθητές, να βρεθεί πόσους μαθητές έχει το σχολείο.

5. Ένας βοσκός έχει 385 γίδια και πρόβατα. Από αυτά τα $\frac{2}{5}$ είναι γίδια και τα υπόλοιπα είναι πρόβατα. Πόσα είναι τα γίδια και πόσα τα πρόβατα.

6. Ένας οινοπώλης έχει 184 κιλά κρασί και πούλησε τα $\frac{5}{8}$. Πόσα κιλά κρασί πούλησε και πόσα του έμειναν.

7. Ο πατέρας του Νίκου πληρώνει ενοίκιο 800 ευρώ και τα χρήματα αυτά αποτελούν τα $\frac{7}{16}$ του μισθού του. Πόσος είναι ο μισθός του;

8. Σε μια τάξη με 32 παιδιά τα $\frac{3}{4}$ είναι αγόρια και μάλιστα το $\frac{1}{6}$ των αγοριών είναι ψηλότερα από 1,80 m. Να βρεθούν πόσα είναι τα ψηλά αγόρια.

9. Η μικρή Λουλού ζυγίζει 28 κιλά, που είναι τα $\frac{4}{8}$ του βάρους της μητέρας της. Να βρείτε πόσο ζυγίζει η μαμά Λουλού.

10. Ένα κατάστημα πώλησης αυτοκινήτων κάνει έκπτωση ίση με το $\frac{1}{5}$ της αρχικής αξίας του αυτοκινήτου. Για ένα αυτοκίνητο πληρώσαμε 27.500 €. Να υπολογίσετε:
- Ποιο μέρος της αρχικής αξίας είναι τα 27.500 €.
 - Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση.
 - Πόσο αξίζει το αυτοκίνητο χωρίς την έκπτωση.
11. Ένας υπάλληλος, που έπαιρνε μισθό 982 € το μήνα, πήρε αύξηση ίση με τα $\frac{2}{10}$ του μισθού του. Πόσος είναι τώρα ο μισθός του; Αν ξοδεύει κάθε μήνα για διατροφή τα $\frac{5}{9}$ του νέου του μισθού, πόσα χρήματα του απομένουν;
12. Ένα ενυδρείο έχει μήκος 4 m, πλάτος 3 m και ύψος 5 m. Αν το γεμίσουμε κατά τα $\frac{3}{5}$ του όγκου του με νερό, να βρείτε το ύψος του νερού, καθώς και το μέρος του ύψους που δεν καλύπτεται με νερό.
13. Μια δεξαμενή περιέχει 1250 λίτρα πετρέλαιο και είναι γεμάτη κατά τα $\frac{5}{8}$. Ποσά λίτρα πετρέλαιο χωράει η δεξαμενή όταν είναι γεμάτη;
14. Ποσά μέτρα είναι τα $\frac{7}{12}$ των 360 μέτρων;
15. Ένα Γυμνάσιο έχει 180 μαθητές. Απ' αυτούς δήλωσαν συμμετοχή σε μια εκδρομή οι 132. Αν είναι γνωστό ότι για να πραγματοποιηθεί η εκδρομή πρέπει να δηλώσουν συμμετοχή τουλάχιστον τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών, να βρείτε αν μπορεί να πραγματοποιηθεί η εκδρομή.
16. Ο Κώστας είχε 540 ευρώ και δάνεισε στην αδελφή του τα $\frac{2}{6}$. Από τα υπόλοιπα ξόδεψε τα $\frac{8}{9}$. Του περίσσεψαν χρήματα και πόσα;
17. Δυο φίλοι, ο Νίκος και ο Κώστας, είχαν ο καθένας από 240 ευρώ. Ο Νίκος ξόδεψε τα $\frac{4}{5}$ και ο Κώστας τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων τους. Να βρεθεί ποιος από τους ξόδεψε τα περισσότερα και ποσά χρήματα περίσσεψαν στον καθένα.
18. Από την συνέλευση των ιδιοκτητών μιας πολυκατοικίας απουσίαζε το $\frac{1}{5}$ των ιδιοκτητών. Αν οι παρόντες ήσαν 28, να βρείτε:
- Τι κλάσμα των ιδιοκτητών είναι οι παρόντες.

- β. Πόσοι είναι οι απόντες;
- γ. Πόσοι είναι όλοι οι ιδιοκτήτες;

19. Από τρεις βρύσες η α' γεμίζει μια δεξαμενή σε 5 ώρες, η β' βρύση σε 7 ώρες και η γ' σε 9 ώρες.

- α. Τι μέρος της δεξαμενής γεμίζει σε μια ώρα κάθε βρύση;
- β. Τι μέρος της δεξαμενής γεμίζουν σε μια ώρα και οι τρεις βρύσες όταν λειτουργούν ταυτόχρονα;

20. α. Σε μια τάξη 25 μαθητών, 6 μαθητές πήραν στο διαγώνισμα των Μαθηματικών βαθμό άριστα. Να βρείτε το μέρος των μαθητών που πήρε βαθμό άριστα.

- β. Σε μια άλλη τάξη 20 μαθητών, 4 μαθητές πήραν βαθμό άριστα. Να βρείτε το μέρος των μαθητών που πήρε βαθμό άριστα.

Ισοδύναμα κλάσματα

1. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ίσα: $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{21}{28}$

2. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα:

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{4}{8}, \frac{20}{25}, \frac{32}{64}, \frac{3}{8}, \frac{18}{48}, \frac{7}{14}, \frac{12}{32}$$

3. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

- α. $\frac{10}{16}$
- β. $\frac{42}{7}$
- γ. $\frac{24}{48}$
- δ. $\frac{28}{35}$
- ε. $\frac{36}{45}$
- στ. $\frac{66}{77}$
- ζ. $\frac{33}{55}$
- η. $\frac{114}{76}$

4. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα: $\frac{9}{12}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{12}{72}$ και στη συνέχεια να τα μετατρέψετε σε ισοδύναμα με:

- α. παρονομαστή 36
- β. αριθμητή 72.

5. Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{36}$, $\frac{12}{54}$ σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 18.

6. Το κλάσμα $\frac{1}{6}$ να τραπεύ σε ισοδύναμο κλάσμα που να έχει παρονομαστή τον αριθμό:

- α. 12
- β. 30
- γ. 32
- δ. 60
- ε. 48
- στ. 24

7. Το καθένα από τα παρακάτω κλάσματα να τραπεί σε ισοδύναμο με παρονομαστή το 80: $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \frac{13}{20}, \frac{17}{40}$

8. Το καθένα από τα παρακάτω κλάσματα να τραπεί σε ισοδύναμο με παρονομαστή το 120: $\frac{2}{3}, \frac{4}{15}, \frac{7}{20}, \frac{23}{24}, \frac{27}{30}, \frac{19}{40}, \frac{37}{60}$

9. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $\frac{3}{8} = \frac{\alpha}{24}$

β. $\frac{5}{6} = \frac{x}{42}$

γ. $\frac{7}{9} = \frac{28}{\gamma}$

δ. $\frac{5}{12} = \frac{\alpha}{42}$

ε. $\frac{8}{15} = \frac{48}{x}$

στ. $\frac{8}{11} = \frac{\beta}{55}$

ζ. $\frac{4}{x} = \frac{12}{27}$

10. Αφού γίνουν οι πράξεις στους όρους των κλασμάτων να τα απλοποιήσετε:

$$A = \frac{4 \cdot 5^2 + 8 \cdot 10}{(23 + 37) : (36 - 32)}$$

$$B = \frac{3^4 + 3^3 + 3^2 + 3}{(12 + 6) \cdot 3^2}$$

$$Γ = \frac{3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 10}{(19 - 16) \cdot (28 - 23)}$$

$$\Delta = \frac{2^3 + 2^4 - 2^2}{(16 + 24) \cdot 2^2}$$

Σύγκριση κλασμάτων

1. Να συγκρίνετε τα παρακάτω κλάσματα:

α. $\frac{10}{17}$ και $\frac{8}{17}$

β. $\frac{17}{26}$ και $\frac{17}{30}$

2. Να συγκρίνετε τα κλάσματα: $\frac{7}{8}, \frac{4}{9}, \frac{17}{36}$

3. Να συγκριθούν τα κλάσματα στις παρακάτω ομάδες:

α. $\frac{6}{31}, \frac{6}{1}, \frac{6}{45}, \frac{6}{7}, \frac{6}{6}, \frac{6}{5}, \frac{6}{9}, \frac{6}{3}, \frac{6}{2}, \frac{6}{12}$

β. $\frac{8}{7}, \frac{4}{7}, \frac{12}{7}, \frac{4}{7}, \frac{7}{7}, \frac{11}{7}, \frac{6}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, \frac{5}{7}$

γ. $\frac{7}{8}, \frac{4}{9}, \frac{17}{36}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}$

4. Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο:

$$\frac{4}{9}, \frac{4}{7}, \frac{4}{11}, \frac{4}{5}, \frac{4}{3}, \frac{4}{8}$$

5. Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο:

$$\frac{7}{5}, \frac{2}{5}, \frac{6}{5}, \frac{1}{5}, \frac{9}{5}, \frac{3}{5}$$

6. Να συγκρίνετε με την μονάδα τα κλάσματα: $\frac{7}{5}, \frac{2}{3}$

7. Να συγκρίνετε με το 1 τα κλάσματα: $\frac{3}{4}, \frac{8}{7}, \frac{9}{9}, \frac{116}{253}, \frac{85}{48}$.

8. Να βρείτε κλάσμα μεγαλύτερο από $\frac{4}{5}$ και μικρότερο από $\frac{5}{6}$

9. Να βρεθεί ένα κλάσμα μεγαλύτερο από το $\frac{1}{9}$ και μικρότερο από το $\frac{2}{9}$.

10. Να βρεθεί ένα κλάσμα μεγαλύτερο από το $\frac{3}{4}$ και μικρότερο από το $\frac{4}{5}$.

11. Να συγκρίνετε τα παρακάτω κλάσματα:

$$A = \frac{2 \cdot (3+1) + 5 \cdot (4-2)}{(7-3) : 2 + (6-2) : 2} \quad \text{και} \quad B = \frac{(5^2 - 4^2) \cdot 4}{3^2 \cdot 5}$$

12. Τρία συνεργεία εργατών ανέλαβαν να κατασκευάσουν ένα δρόμο. Το 1^ο συνεργείο κατασκεύασε τα $\frac{2}{7}$ του δρόμου, το 2^ο το $\frac{1}{3}$ και το 3^ο το υπόλοιπο. Ποιο συνεργείο κατασκεύασε το μεγαλύτερο μέρος του δρόμου;

Πράξεις με κλάσματα

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $\frac{4}{5} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$

β. $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

γ. $3\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} + 4\frac{1}{3}$

2. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α. $3\frac{5}{6} - 2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6}$

β. $12\frac{3}{4} - 4 - (5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2})$

3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = \left(2\frac{1}{3} + 7\frac{2}{4} - \frac{5}{6}\right) \cdot 12 + 8\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$$

4. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$\alpha. \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot 4 + 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \quad \beta. \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3}$$

$$\gamma. \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) \cdot 3 + 3\frac{5}{6} - 1\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \quad \delta. \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} - \frac{5}{6}\right) \div \left(3 - \frac{4}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\epsilon. \left(\frac{1}{4} + 3\right) \div \frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}\right)$$

5. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:

$$\alpha. \frac{4}{7} : \frac{3}{8} \quad \beta. \frac{1}{3} : 2 \quad \gamma. 3 : \frac{2}{5} \quad \delta. \frac{1}{14} : \frac{8}{9}$$

$$\epsilon. \frac{5}{6} : \left(\frac{8}{9} : \frac{1}{3}\right) \quad \sigma\tau. \left(\frac{7}{2} : 7\right) : \frac{1}{2}$$

6. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : 4 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{9}\right) \quad B = \frac{2}{3} : \frac{4}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Gamma = \frac{3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{5}{7} - 3\frac{3}{4}}{5\frac{1}{3}} \quad \Delta = \frac{\frac{5}{18} \cdot \left(2\frac{1}{8} + 1\frac{1}{4}\right)}{\frac{7}{2} - 2\frac{1}{8}} \quad E = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$$

7. Να βρεθούν οι αντίστροφοι των παρακάτω αριθμών: $\frac{12}{13}$, 5, $\frac{1}{9}$, $\frac{9}{6}$.

8. Να γίνουν τα σύνθετα κλάσματα απλά: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}$, $\frac{3}{\frac{8}{7}}$, $\frac{\frac{5}{11}}{\frac{6}{6}}$, $\frac{2}{\frac{6}{5}}$

9. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

$$\alpha. \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{3 \cdot (5^2 - 4^2)}{3^4} \quad \beta. \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot 4 + 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\gamma. \left(\frac{5}{4} + 3\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{2} + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\delta. \frac{1}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{25} + 3 \cdot \left(3 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\epsilon. \frac{\frac{5}{4} : \frac{25}{21} + \frac{11}{15} : 4\frac{8}{9} - \frac{1}{5}}{2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}}$$

10. Να βρείτε τα $\frac{3}{5}$ του Α όταν $A = 2^4 : 2^3 + 3(7 - 3) + 5^2 - 3^2$.

