

ΘΕΜΑ 4_17850

α. Έστω: $x = \eta$ ηλικία των κοριτσιών
 $y = \eta$ ηλικία του αγοριού

- "Το άθροισμα των ηλικιών και των τριών παιδιών είναι 14" μεταφράζεται στη μαθηματική γλώσσα ως εξής:

$$x + x + y = 14 \Leftrightarrow \mathbf{2x + y = 14}$$

- "Το γινόμενο της ηλικίας της κόρης επί την ηλικία γιου είναι 24" μεταφράζεται σε:

$$\mathbf{x \cdot y = 24}$$

- "Το άθροισμα των ηλικιών των κοριτσιών είναι μικρότερο από την ηλικία του αγοριού" μεταφράζεται ως:

$$x + x < y \Leftrightarrow \mathbf{2x < y}$$

β. Λύνουμε των σύστημα εξισώσεων-ανισώσεων, που προκύπτει απ' το προηγούμενο ερώτημα:

$$\begin{cases} 2x + y = 14 \\ xy = 24 \\ 2x < y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 14 - 2x \\ x(14 - 2x) = 24 \\ 2x < y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 14 - 2x \\ 14x - 2x^2 = 24 \\ 2x < y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (-2) : \begin{cases} y = 14 - 2x \\ -2x^2 + 14x - 24 = 0 \\ 2x < y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 14 - 2x & (1) \\ x^2 - 7x + 12 = 0 & (2) \\ 2x < y & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \Delta = 49 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1 > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Για $x = 4$, (1) $\Rightarrow y = 14 - 2 \cdot 4 = 6$

Για $x = 3$, (1) $\Rightarrow y = 14 - 2 \cdot 3 = 8$

Συνεπώς, έχουμε δύο ζεύγη λύσεων:

$$(x, y) = (4, 6) \text{ ή } (3, 8)$$

αλλά μόνο το δεύτερο ικανοποιεί τον περιορισμό (3). Τελικά, τα δύο κορίτσια είναι από 3 ετών το καθένα και το αγόρι 8 ετών.