ΘΕΜΑ 2_19914

α. Καθώς πρόκειται για παραβολή, με α = 1 > 0, η συνάρτηση θα παρουσιάζει ελάχιστη τιμή για x ίσο με την τετμημένη της κορυφής, της παραβολής. Γνωρίζουμε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής δίνονται απ' τις σχέσεις:

$$\mathbf{K}\left(-\frac{\boldsymbol{\beta}}{\mathbf{2\alpha}},-\frac{\boldsymbol{\Delta}}{\mathbf{4\alpha}}\right)$$

Είναι $f(x) = x^2 - 5$, δηλαδή $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma = -5$. Επομένως, η f παρουσιάζει ελάχιστο για:

$$\mathbf{x} = -\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{0}{2\cdot 1} = \mathbf{0}$$

β. Καταρχάς, το πεδίο ορισμού της f είναι $A_f = \mathbb{R}$, πράγμα που σημαίνει ότι για κάθε $x \in A_f$ είναι και $-x \in A_f$.

1ος τρόπος

Συνεπώς, μπορούμε να συνεχίσουμε θέτοντας όπου x το −x , στην εξίσωση της f :

$$\mathbf{f(-x)} = (-x)^2 - 5 = x^2 - 5 = \mathbf{f(x)}$$

Δηλαδή, η f είναι **άρτια**.

2ος τρόπος

Γνωρίζουμε ότι μια παραβολή έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία με εξίσωση $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$, η οποία στην περίπτωσή μας - από το προηγούμενο ερώτημα - είναι η ευθεία $x = 0$. Όμως, η ευθεία με εξίσωση $x = 0$, δεν είναι άλλη από τον άξονα $y'y$. Με άλλα λόγια, η f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$, που σημαίνει πως είναι **άρτια**.

γ. Είναι προφανές ότι $f(x) = x^2 - 5 = g(x) - 5$, επομένως πρόκειται για μια κατακόρυφη μετατόπιση της C_g κατά 5 μονάδες, προς τα κάτω.