ΘΕΜΑ 2_19912

α. Γνωρίζουμε για το διπλάσιο τόξου, ότι:

$$συν2α = 1 - 2ημ^2 α$$

Επομένως, η δοσμένη σχέση γίνεται:

$- συν2ω + 5ημω - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$- (1 - 2ημ^2 ω) + 5ημω - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$- 1 + 2ημ^2 ω + 5ημω - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\mathbf{2ημ^2 ω + 5ημω - 3 = 0}$

β. Από το προηγούμενο ερώτημα, έχουμε ότι:

$2ημ^2 ω + 5ημω - 3 = 0$

Όμως, η τελευταία δεν είναι παρά μια εξίσωση 2ου βαθμού, ως προς ημω. Γενικά, υπάρχει η συνήθεια στις περιπτώσεις αυτές, να θέτουμε μια νέα μεταβλητή στη θέση της άγνωστης ποσότητας (πχ. ημω = y), ώστε έτσι να απλοποιηθεί η εξίσωση. Όταν όμως η μορφή της άγνωστης ποσότητας είναι τόσο απλή, όσο στην περίπτωσή μας, μια τέτοια διαδικασία θα ήταν απλά περιττός κόπος.

Απευθείας, λοιπόν: $α = 2$, $β = 5$, $γ = -3$

$Δ = β^2 - 4αγ = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49 > 0$

$$ημω_{1,2} = \frac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-5 \pm 7}{4} = \begin{cases} ημω_1 = \dfrac{1}{2} \\ ημω_2 = -3 \end{cases}$$

Όμως, η δεύτερη λύση απορρίπτεται, δεδομένου ότι $-1 \le ημω \le 1$.

Ωστόσο, η πρώτη λύση $\mathbf{ημω = \frac{1}{2}}$ είναι δεκτή.

Επιπλέον, είναι και το ζητούμενο.