

ΘΕΜΑ 2_17741

$$\alpha. \frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} =$$

Κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα:

$$\frac{\eta\mu x \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu x)}{(1 - \sigma\upsilon\nu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)} + \frac{\eta\mu x \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu x)}{(1 + \sigma\upsilon\nu x)(1 - \sigma\upsilon\nu x)} =$$

Τα ενώνουμε σε ένα κλάσμα:

$$\frac{\eta\mu x \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu x) + \eta\mu x \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu x)}{(1 - \sigma\upsilon\nu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)} =$$

Επιμεριστική ιδιότητα και αναγωγή ομοίων όρων:

$$\frac{\eta\mu x + \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{(1 - \sigma\upsilon\nu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)} =$$

$$\frac{2\eta\mu x}{(1 - \sigma\upsilon\nu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)} =$$

Διαφορά τετραγώνων στον παρονομαστή:

$$\frac{2\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x} =$$

Βασική τριγωνομετρική ταυτότητα $\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$:

$$= \frac{2\eta\mu x}{\eta\mu^2 x} = \frac{2}{\eta\mu x}$$

Εννοείται, φυσικά, ότι πολλά από τα προηγούμενα βήματα θα μπορούσαν να είχαν εκτελεστεί ταυτόχρονα. Εδώ δεν έγινε, για καθαρά διδακτικούς κι επεξηγηματικούς λόγους.

β. Δεδομένου του ερωτήματος (α) , η εξίσωση:

$$\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

γίνεται ισοδύναμα:

$$\frac{2}{\eta\mu x} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 4 \cdot \eta\mu x = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \eta\mu x = \frac{2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

την οποία και λύνουμε, κατά τα γνωστά:

$$\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2\kappa\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (\kappa \in \mathbb{Z})$$

Δεδομένου, από τις ανάγκες της εκφώνησης, υπάρχει περιορισμός $x \neq \kappa\pi$ διαπιστώνουμε ότι και οι δύο λύσεις μας είναι δεκτές.