

**ΘΕΜΑ 2\_17739**

- α.** Με τη βοήθεια των κανόνων αναγωγής στο 1ο τεταρτημόριο, θυμόμαστε ότι οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν τα ίδια ημίτονα, ενώ οι γωνίες που διαφέρουν κατά  $\pi$  τα ημίτονά τους αντίθετα. Επομένως:

$$\eta\mu(\pi - x) - \eta\mu(\pi + x) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu x - (-\eta\mu x) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu x + \eta\mu x = 1 \Leftrightarrow$$

$$2\eta\mu x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu x = \frac{1}{2}$$

- β.** Λύνουμε την εξίσωση του ερωτήματος (α), κατά τα γνωστά:

$$\eta\mu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Επειδή, όμως, η γωνία που αναζητούμε ανήκει στο διάστημα  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ , έχουμε για την 1η λύση:

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Leftrightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} < 2k\pi + \frac{\pi}{6} < \pi \Leftrightarrow (\text{προσθέτουμε σε όλα τα μέλη } -\frac{\pi}{6})$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} < 2k\pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} < \pi - \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\pi}{6} < 2k\pi < \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow (\text{απλοποιούμε το } \pi, \text{ απ' όλα τα μέλη})$$

$$\frac{1}{3} < 2k < \frac{5}{6} \Leftrightarrow (\text{διαιρούμε όλα τα μέλη με } 2)$$

$$\frac{1}{6} < k < \frac{5}{12}$$

Επειδή όμως  $k \in \mathbb{Z}$ , τότε η παραπάνω ανίσωση είναι αδύνατη, καθώς δεν υπάρχει κανένας ακέραιος στο συγκεκριμένο διάστημα.

Ομοίως, για την 2η λύση έχουμε :

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Leftrightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} < 2k\pi + \frac{5\pi}{6} < \pi \Leftrightarrow (\text{προσθέτουμε σε όλα τα μέλη } -\frac{5\pi}{6})$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{6} < 2k\pi + \frac{5\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} < \pi - \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{2\pi}{6} < 2k\pi < \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow (\text{απλοποιούμε το } \pi, \text{ απ' όλα τα μέλη})$$

$$-\frac{1}{3} < 2k < \frac{1}{6} \Leftrightarrow (\text{διαιρούμε όλα τα μέλη με } 2)$$

$$-\frac{1}{6} < k < \frac{1}{12}$$

Επειδή  $k \in \mathbb{Z}$ , τότε η μοναδική λύση είναι  $k = 0$ . Επομένως, η δεύτερη από τις λύσεις μας, για  $k = 0$  γίνεται:

$$x = 2 \cdot 0 \cdot \pi + \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6}$$