

ΘΕΜΑ 2_17734

α. Αρκεί να λύσουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων:

1ος τρόπος - Μέθοδος Αντικατάστασης

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - 2y = -3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ x - 2(6 - 2x) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ x - 12 + 4x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 5x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2 \cdot \frac{9}{5} \\ x = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - \frac{18}{5} \\ x = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{12}{5} \\ x = \frac{9}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

2ος τρόπος - Μέθοδος Αντίθετων Συντελεστών

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow (-2) \cdot \begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 6 \\ -2x + 4y = 6 \end{cases} \stackrel{\oplus}{\Leftrightarrow} 5y = 12 \Leftrightarrow y = \frac{12}{5}$$

Με αντικατάσταση στην 1η εξίσωση, όπου $y = \frac{12}{5}$ έχουμε:

$$2x + \frac{12}{5} = 6 \Leftrightarrow 2x = 6 - \frac{12}{5} \Leftrightarrow 2x = \frac{18}{5} \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$$

3ος τρόπος - Μέθοδος Οριζουσών

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 1 \cdot 1 = -4 - 1 = -5$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot (-2) - (-3) \cdot 1 = -12 + 3 = -9$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) - 1 \cdot 6 = -6 - 6 = -12$$

Συνεπώς:

$$x = D_x / D = -9 / -5 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5} \quad \text{και} \quad y = D_y / D = -12 / -5 \Leftrightarrow y = \frac{12}{5}$$

Άρα, το κοινό τους σημείο έχει συντεταγμένες $\left(\frac{9}{5}, \frac{12}{5}\right)$.

- β.** Εφόσον, επιθυμούμε η ευθεία να διέρχεται απ' το σημείο Μ, τότε θα πρέπει οι συντεταγμένες του Μ να επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας. Δηλαδή, θα πρέπει:

$$3x + ay = \alpha + 5 \Rightarrow 3 \cdot \frac{9}{5} + \alpha \cdot \frac{12}{5} = \alpha + 5 \Rightarrow \frac{12}{5}\alpha - \alpha = 5 - \frac{27}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12\alpha - 5\alpha = 25 - 27 \Rightarrow 7\alpha = -2 \Rightarrow \alpha = -\frac{2}{7}$$