

ΘΕΜΑ 2_17681

α. Γνωρίζουμε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι:

$$-1 \leq \eta\mu x \leq 1 \Leftrightarrow (\text{πολλ/ζουμε και τα 2 μέλη με 2})$$

$$-2 \leq 2\eta\mu x \leq 2 \Leftrightarrow (\text{προσθέτουμε και στα 2 μέλη τη μονάδα})$$

$$-2 + 1 \leq 2\eta\mu x + 1 \leq 2 + 1 \Leftrightarrow$$

$$-1 \leq 2\eta\mu x + 1 \leq 3$$

Συνεπώς, η συνάρτηση f έχει:

- μέγιστη τιμή τον αριθμό 3
- ελάχιστη τιμή τον αριθμό -1

β. Χρειάζεται να λύσουμε, απλά, την εξίσωση $f(x) = 3$. Επομένως, έχουμε:

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow 2\eta\mu x + 1 = 3 \Leftrightarrow 2\eta\mu x = 2 \Leftrightarrow \eta\mu x = 1$$

Επειδή, όμως, η τελευταία πρόκειται περί βασικής τριγωνομετρικής συνάρτησης, γνωρίζουμε ήδη ότι στο διάστημα $[0, 2\pi]$ παίρνει τη μέγιστη τιμή της 1, για $x = \pi/2$.

Το ίδιο εύκολα, θα μπορούσαμε να το καταλάβουμε από τον τύπο της συνάρτησης και μόνο, καθώς η βασική συνάρτηση $\eta\mu x$ δεν έχει υποστεί καμία μεταβολή ούτε ως προς τη μονοτονία (εφόσον, ο συντελεστής της δεν είναι αρνητικός), ούτε ως προς την οριζόντια θέση της (εφόσον, στο x δεν έχει προστεθεί καμία σταθερά). Συνεπώς, ούτε οι θέσεις των ακροτάτων έχουν μεταβληθεί, παρά θα είναι ίδιες ακριβώς μ' εκείνες της αρχικής, βασικής συνάρτησης $\eta\mu x$. Για την τελευταία, όμως, γνωρίζουμε από τη θεωρητική της μελέτη, ότι παρουσιάζει μέγιστη τιμή στη θέση $\pi/2$ κι ελάχιστη στη θέση $3\pi/2$.