

ΘΕΜΑ 2_17664

α. Εφόσον $\omega + \theta = 135^\circ$ έχουμε:

$$\mathbf{\varepsilon\varphi(\omega + \theta) = \varepsilon\varphi(135^\circ) = \varepsilon\varphi(180^\circ - 45^\circ)}$$

Όμως, από τους κανόνες αναγωγής στο πρώτο τεταρτημόριο, γνωρίζουμε ότι οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν αντίθετες εφαπτομένες, οπότε:

$$\varepsilon\varphi(180^\circ - 45^\circ) = -\varepsilon\varphi(45^\circ) = -\mathbf{1}$$

β. Από τη σχέση εφαπτομένης αθροίσματος γωνιών, έχουμε:

$$\varepsilon\varphi(\omega + \theta) = \frac{\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta}{1 - \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta} \Leftrightarrow (\text{προηγούμενο ερώτημα: } \varepsilon\varphi(\omega + \theta) = -1)$$

$$-1 = \frac{\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta}{1 - \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta} \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta = -(1 - \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta) \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta = -1 + \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta + 1 = \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta}$$