

ΘΕΜΑ 2_17650

α. Καταγράφουμε τα στοιχεία, που μας δίνει η άσκηση, με μαθηματικά σύμβολα κι εξισώσεις, αντί για λέξεις.

Για την περίμετρο ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις x και y , γνωρίζουμε ότι δίνεται απ' τη σχέση $2x + 2y$, συνεπώς:

$$2x + 2y = 38 \Leftrightarrow (\text{απλοποίηση :2}) \Leftrightarrow \mathbf{x + y = 19} \quad (1)$$

Αντίστοιχα, για το εμβαδόν του ξέρουμε ότι δίνεται απ' το γινόμενο:

$$x \cdot y$$

Αν, όμως, αλλάξουμε τις διαστάσεις σύμφωνα με τις υποδείξεις του προβλήματος, τότε οι νέες διαστάσεις θα είναι $x + 2$ για το νέο μήκος και $y - 4$ για το νέο πλάτος. Επομένως, το νέο εμβαδόν θα είναι:

$$(x + 2) \cdot (y - 4)$$

Εφόσον, τα δύο εμβαδά είναι ίσα, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} (x + 2) \cdot (y - 4) &= x \cdot y \Leftrightarrow \\ xy - 4x + 2y - 8 &= xy \Leftrightarrow (\text{ιδιότητα διαγραφής}) \\ -4x + 2y &= 8 \Leftrightarrow (\text{απλοποίηση :2}) \\ -\mathbf{2x + y} &= \mathbf{4} \quad (2) \end{aligned}$$

Επομένως, με τη βοήθεια των (1) και (2) παίρνουμε το σύστημα:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 19} \\ \mathbf{-2x + y = 4} \end{cases}$$

β. 1ος τρόπος - Μέθοδος Αντικατάστασης

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ -2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 19 - x \\ -2x + 19 - x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 19 - x \\ -3x = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 19 - 5 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{y = 14} \\ \mathbf{x = 5} \end{cases}$$

2ος τρόπος - Μέθοδος Αντίθετων Συντελεστών

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ -2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 19 \\ (-1) \cdot (-2x + y = 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 19 \\ 2x - y = -4 \end{cases} \oplus \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow \mathbf{x = 5}$$

Με αντικατάσταση στην 1η εξίσωση, όπου $x = 5$ έχουμε:

$$x + y = 19 \Leftrightarrow 5 + y = 19 \Leftrightarrow \mathbf{y = 14}$$

3ος τρόπος - Μέθοδος Οριζουσών

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) = 1 + 2 = 3$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 19 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 19 \cdot 1 - 4 \cdot 1 = 19 - 4 = 15$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 19 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - (-2) \cdot 19 = 4 + 38 = 42$$

Συνεπώς:

$$x = D_x / D = 15 / 3 \Leftrightarrow \mathbf{x = 5} \quad \text{και} \quad y = D_y / D = 42 / 3 \Leftrightarrow \mathbf{y = 14}$$