

ΘΕΜΑ 2_16960

α. Για την ευθεία (ε) :

1ος τρόπος

Παρατηρούμε ότι τέμνει τους άξονες στα σημεία (0, 2) και (2, 0) . Συνεπώς, οι συντεταγμένες των σημείων αυτών θα επαληθεύουν την εξίσωση της (ε) . Θυμόμαστε, επίσης, ότι σε ένα διατεταγμένο ζεύγος δίνεται πάντα πρώτη η τετμημένη x και δεύτερη η τεταγμένη y. Έστω, λοιπόν, $y = \lambda \cdot x + \beta$ (1) η εξίσωση της (ε) .

Για το σημείο (0, 2) θα έχουμε:

$$(1) \Rightarrow 2 = \lambda \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$$

Για το σημείο (2, 0) και $\beta = 2$ θα έχουμε:

$$(1) \Rightarrow 0 = \lambda \cdot 2 + 2 \Leftrightarrow -2\lambda = 2 \Leftrightarrow \lambda = -1$$

Τελικά, η εξίσωση της (ε) θα είναι: $y = -x + 2$

2ος τρόπος

Επειδή είναι γνωστό ότι η τεταγμένη της τομής με τον y' y μας δίνει απευθείας το β , θα μπορούσε να αποφευχθεί η πρώτη αντικατάσταση.

Επίσης, παρατηρούμε ότι το τρίγωνο που σχηματίζεται είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Συνεπώς, η εσωτερική γωνία με τον άξονα x' x θα είναι 45° , άρα η εξωτερική και παραπληρωματική της 135° . Άρα, η κλίση της ευθείας (3) θα είναι ίση με $\epsilon\phi 135^\circ = -\epsilon\phi 45^\circ = -1$ (Θυμόμαστε ότι οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν αντίθετες εφαπτομένες) . Όπως αναφέρεται και πιο κάτω, όμως, η κλίση μιας ευθείας δεν είναι παρά ο συντελεστής του x .

Τελικά, (ε) : $y = -x + 2$

Για την ευθεία (η) :

Θυμόμαστε ότι στην εξίσωση μιας ευθείας $y = \lambda x + \beta$, ο συντελεστής του x ονομάζεται και συντελεστής διεύθυνσης και φανερώνει την κλίση μιας ευθείας, δηλαδή την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία με τον οριζόντιο άξονα x' x . Άρα:

$$\lambda = \epsilon\phi 45^\circ = 1$$

Παρατηρούμε, επίσης, ότι η ευθεία (η) τέμνει τον x' x στο σημείο (4, 0) . Συνεπώς, οι συντεταγμένες του θα επαληθεύουν την εξίσωσή της.

Άρα, για το σημείο (4, 0) και $\lambda = 1$ θα έχουμε:

$$y = \lambda \cdot x + \beta \Leftrightarrow 0 = 1 \cdot 4 + \beta \Leftrightarrow \beta = -4$$

Τελικά, η εξίσωση της (η) θα είναι: $y = x - 4$

β. Αρκεί να λύσουμε το γραμμικό σύστημα των δύο εξισώσεων:

$$\begin{cases} y = -x + 2 & (1) \\ y = x - 4 & (2) \end{cases}$$

Καθώς παρατηρούμε ότι οι συντελεστές του x είναι ήδη αντίθετοι, δε χρειάζεται να φέρουμε το σύστημα σε κανονική μορφή, αλλά μπορούμε κατευθείαν να τις προσθέσουμε κατά μέλη, οπότε:

$$2y = -2 \Leftrightarrow \mathbf{y = -1}$$

Για $y = -1$, η εξίσωση (2) γίνεται:

$$-1 = x - 4 \Leftrightarrow \mathbf{x = 3}$$

Συνεπώς, οι ευθείες (ε) και (η) τέμνονται στο σημείο **(3, -1)**.