

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} (a-1)x + 3y = 3 \\ x + (a+1)y = 3 \end{cases}, \text{ με παράμετρο } a \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι αν το σύστημα έχει μοναδική λύση την (x_0, y_0) , τότε $x_0 = y_0$.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το σύστημα:

i. έχει άπειρες σε πλήθος λύσεις και να δώσετε τη μορφή τους. (Μονάδες 6)

ii. δεν έχει λύση. (Μονάδες 4)

γ) Να εξετάσετε τις σχετικές θέσεις των δύο ευθειών που προκύπτουν από τις εξισώσεις του παραπάνω συστήματος για $a = 3$, $a = 2$, $a = -2$. (Μονάδες 5)