

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - 5\lambda x - 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

(Μονάδες 7)

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε:

i) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει:

$$(x_1 + x_2)^2 - 18 - 7(x_1 x_2)^2 = 0. \quad (\text{Μονάδες 9})$$

ii) Για $\lambda = 1$, να βρείτε την τιμή της παράστασης: $x_1^2 x_2 - 3x_1 + 4 - 3x_2 + x_1 x_2^2$.

(Μονάδες 9)